Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный
университет «МИФИ»

«МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ВКЛЮЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ О СОВРЕМЕННЫХ ДОСТИЖЕНИЯХ НАУКИ И ТЕХНИКИ В ШКОЛЬНЫЙ КУРС ФИЗИКИ В СООТВЕТСТВИИ С ФГОС»

Муравьев С.Е.

Москва 2016 г.

Методические рекомендации к курсу повышения квалификации по физике: для учителей и выпускников педагогических ВУЗов. - М.: МИФИ, 2016. – 56 с.

Автор: Муравьев С.Е.

Методические рекомендации составлены к курсу повышения квалификации для учителей физики (36 часов) «Методические аспекты включения информации о современных достижениях науки и техники в школьный курс физики в соответствии с ФГОС» Модуль №1.

Рассмотрены темы, знание которых позволит школьникам/лицеистам решать задачи повышенного уровня сложности. Представленные задачи встречаются на ЕГЭ и олимпиадах ведущих ВУЗов России среди 9 – 11 классов. Задачи структурированы по принципу «от простого к сложному», разбиты на темы по методам решения. Представлены примеры решения сложных задач.

Методические рекомендации предназначены для учителей физики, проведения занятий со школьниками, учащихся, готовящихся к различным физическим соревнованиям, поступающих в высшие учебные заведения, а также могут быть использованы слушателями всех форм подготовительного обучения для самостоятельной работы.

Автор:

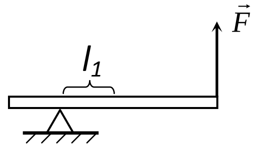
Муравьев С.Е.

СТАТИКА

Общие принципы статики

Условия равновесия, силы, моменты, момент распределенных сил, центр тяжести. Устойчивое и неустойчивое равновесие. Общие принципы решения задач. Начало движения. Сила трения, заклинивание.

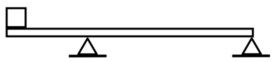
Задачи



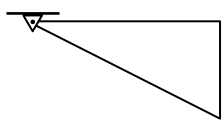
1. Стержень длиной l 1 м и массой m=10 кг опирается на точечную опору, расположенную на расстоянии l_1=0,2 м от его центра. Какую вертикальную силу необходимо приложить к длинному концу стержня, чтобы удержать его горизонтально? g =10 м/с^2.

2. Тело взвешивают на неравноплечных, но «уравновешенных» весах. На одной чашке весов тело уравновешивается гирей с массой m, на второй - гирей с массой $1,44m$. Чему равна истинная масса тела?

3. Стержень массой $m=1$ кг лежит около края стола, выступая за край на $1/3$ часть своей длины (см. рисунок). Какую минимальную силу нужно приложить к выступающему концу, чтобы опрокинуть стержень? $g=10$ м/с^2.



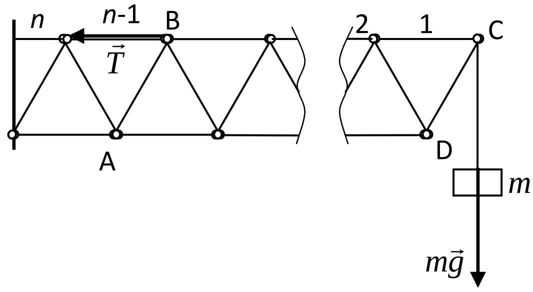
4. В системе, изображенной на рисунке, найти силу реакции правой опоры. Масса стержня M, длина l, масса груза m. На правую опору стержень опирается своим концом, на левую - точкой, лежащей на расстоянии l_1 от другого конца. Груз расположен на конце стержня.



5. Вырезанный из листа фанеры прямоугольный треугольник массой m подвешен за одну вершину и удерживается так, что один из его катетов параллелен поверхности земли. Какую минимальную силу нужно приложить для этого к треугольнику? Горизонтальный катет вдвое длиннее вертикального.

6. (1 балл) К кронштейну, состоящему из одинаковых невесомых стержней, соединенных шарнирами, прикреплен груз массой m так, как это показано на рисунке. Найти силу натяжения $(n-1)$-го стержня.

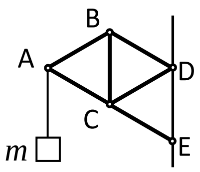
Решение. Рассмотрим равновесие части стержня ABCD. Внешними силами для этой конструкции являются сила натяжения нити, равная силе тяжести груза (сама конструкция по условию массы не имеет), и силы в двух шарнирах – A и B. Поскольку крепления всех стержней шарнирные, сила, действующая со стороны $(n-1)$-го стержня на шарнир B, направлена вдоль стержня (см. рисунок). Поэтому условие равновесия для части кронштейна ABCD дает



$$T\frac{\sqrt{3}l}{2}=mg\left(n-\frac{3}{2}\right)l$$

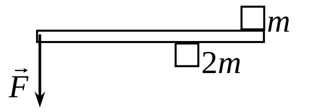
где l - длина одного стержня. Отсюда получаем

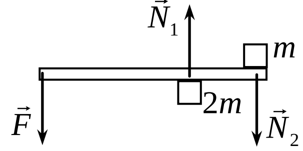
$$T=\frac{mg(2n-3)}{\sqrt{3}}$$



7. Массивное тело подвешено на нити, прикрепленной к точке A прикрепленного к стене кронштейна ABCDE, состоящего из шести невесомых стержней одинаковой длины, соединенных шарнирно (см. рисунок; длина отрезка DE на стене также равна длине стержня). Растянут или сжат стержень BC?

8. На горизонтальной поверхности лежат два тела массой $2m$ и m. Расстояние между ними l. Между телами вставили легкий стержень длиной $3l$ и подействовали на его конец горизонтальной силой F. При каком минимальном значении F одно из тел сдвинется с места? Коэффициент трения между телами и поверхностью - k.





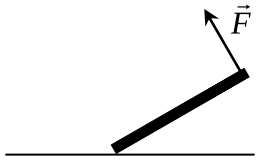
Решение. Пока тела не сдвинулись с места, стержень также покоится. Поэтому до самого момента сдвига одного из тел для стержня справедливы уравнения статики. На стержень действуют: внешняя сила $\vec{F}$, силы реакции со стороны тел $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$. Из условия моментов относительно точек приложения этих сил получаем

$$N_1 = 3F$$
$$N_2 = 2F$$

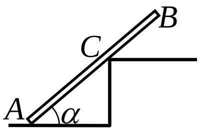
Условия сдвига тел.

$$N_1 = 3F \geq 2kmg, \quad \Rightarrow \quad F \geq \frac{2kmg}{3}$$
$$N_2 = 2F \geq kmg, \quad \Rightarrow \quad F \geq \frac{kmg}{2}$$

Отсюда следует, что при увеличении силы F сначала нарушается второе неравенство. Это значит, что первым сдвинется тело массой m при значении внешней силы $F = \frac{kmg}{2}$.

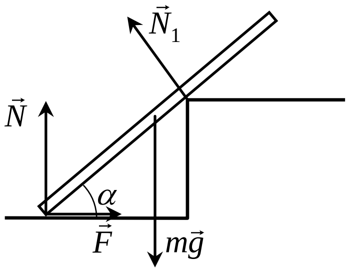


9. Человек медленно поднимает за один конец лежащий на полу стержень, прикладывая к нему силу, перпендикулярную стержню (см. рисунок). При каком минимальном коэффициенте трения между стержнем и полом человек сможет поставить стержень вертикально?



10. Однородный стержень AB опирается на шероховатый пол и гладкий выступ С. Угол между стержнем и полом - α. $AC = (2/3)AB$. При каком коэффициенте трения между стержнем и полом стержень будет находиться в равновесии?

Решение. На стержень действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции пола $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}$, сила реакции уступа $\vec{N}_1$, направленная перпендикулярно стержню. Из условия равенства нулю суммы моментов всех сил относительно нижней точки стержня имеем



$$mg\frac{l}{2}\cos\alpha = N_1\frac{2}{3}l$$

Отсюда

$$N_1 = \frac{3}{4} mg\cos\alpha$$

Силу реакции N найдем из условия равенства нулю суммы вертикальных проекций всех сил, действующих на тело

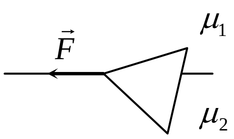
$$N = mg - N_1\cos\alpha = mg\left(1 - \frac{3}{4}\cos^2\alpha\right)$$

Чтобы стержень покоился, горизонтальная проекция силы $\vec{N}_1$ не должна превосходить максимальной силы трения kN. Поэтому условие равновесия стержня имеет вид

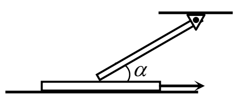
$$\frac{3}{4} mg\cos\alpha\sin\alpha \le kmg\left(1 - \frac{3}{4}\cos^2\alpha\right)$$

или

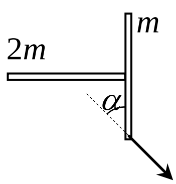
$$k \ge \frac{(3/4)\cos\alpha\sin\alpha}{1-(3/4)\cos^2\alpha}$$



11. Вырезанный из листа фанеры равносторонний треугольник массой m тянут за одну из вершин по горизонтальной поверхности так, что эта вершина движется равномерно по границе двух полуповерхностей (см. рисунок, вид сверху). Коэффициент трения между треугольником и одной полуповерхностью μ_1, треугольником и второй полуповерхностью - μ_2. Какой горизонтальной силой, направленной вдоль границы полуповерхностей нужно действовать для этого на треугольник?

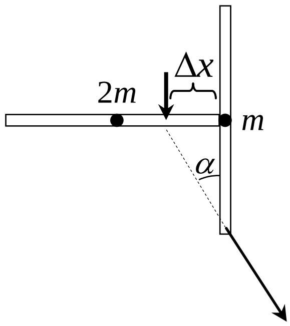


12. На горизонтальной поверхности лежит доска, на которую опирается стержень. Стержень расположен под углом α к горизонту, второй конец стержня шарнирно закреплен. При каких значениях коэффициента трения между стержнем и доской доску невозможно вытащить вправо, действуя на нее горизонтальной силой? Трение между доской и поверхностью отсутствует.



13. Две тонкие палочки одинаковой длины с массами m и $2m$ образуют букву «Т» (палочка с массой $2m$ прикреплена к середине палочки с массой m под прямым углом к ней). Палочки лежат на шероховатой горизонтальной поверхности (см. рисунок, вид сверху). К оному из концов палочки m привязана нить, за которую систему палочек медленно тянут по поверхности. Какой угол α составляет палочка m с нитью.

Решение. Поскольку палочки движутся медленно, сумма сил и сумма моментов всех сил, действующих на палочки, равна нулю. Это значит, что момент силы трения относительно точки приложения внешней силы должен быть равен нулю. А поскольку силы трения, приложенные к различным малым элементам палочек, пропорциональны их массам и одинаково направлены, для вычисления момента силы трения можно воспользоваться тем же приемом, что и для вычисления момента силы тяжести: считать, что сила трения приложена к центру тяжести палочек. Поэтому линия действия внешней силы должна проходить через центр тяжести палочек.

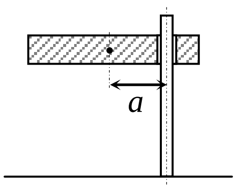


Найдем положение их центра тяжести. Для этого заменим палочки точечными массами, расположенными в их центрах, и найдем их центр тяжести. Так как масса «перекладинки» буквы «Т» вдвое меньше массы ее «ножки», расстояние Δx от середины «перекладинки» до центра тяжести палочек составит 2/3 расстояния от середины «перекладинки» до середины «ножки» (см. рисунок, центр тяжести палочек отмечен стрелкой):

$$\Delta x = \frac{2}{3}\frac{l}{2} = \frac{l}{3}$$

Поэтому

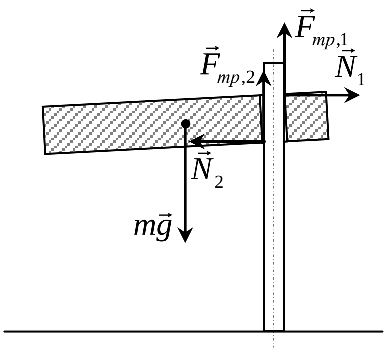
$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{l/3}{l/2} = \frac{2}{3} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{2}{3}\right)$$



14. На вертикальный стержень круглого сечения радиуса $r = 0{,}5$ см надевают пластину с вырезанным в ней круглым отверстием, диаметр которого немного больше диаметра стержня. Толщина пластины - $d = 1$ см, расстояние от ее центра тяжести до центра стержня - $a = 10$ см. При каком значении коэффициента трения между пластиной и стержнем пластина не будет соскальзывать по стержню?

Решение. В результате действия силы тяжести пластину чуть-чуть «перекосит» относительно стержня, и возникнут силы реакции и силы трения. В результате на пластину будут действовать: сила тяжести (в центре; сдвигом центра тяжести пластины от вырезанного отверстия пренебрегаем), две силы реакции стержня и две силы трения (см. рисунок). Условие моментов относительно точки приложения силы $\vec{N}_2$ дает

$$mga = N_1 d \qquad \Rightarrow \qquad N_1 = \frac{mga}{d}$$



(здесь считалось, что толщина стержня очень мала, а перекос пластины приводит только к возникновению сил реакции и трения, но не к изменению ориентации пластины). Аналогично

$$N_2 = \frac{mga}{d}$$

Таким образом, и силы реакции, и силы трения – одинаковы. Чтобы пластина была в равновесии силы трения должны компенсировать силу тяжести, поэтому

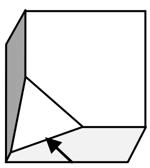
$$2F_{тр} = mg$$

При этом пластина будет в покое, если силы трения не превысят своих максимальных значений kN, где k - коэффициент трения. Отсюда имеем, что пластина будет в покое, если

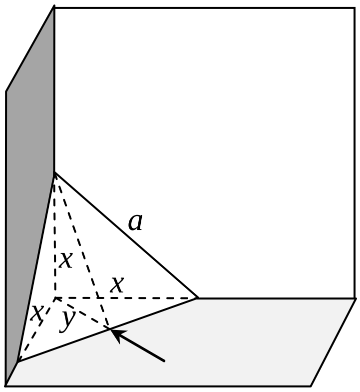
$$\frac{mg}{2} \le \frac{kmga}{d}$$

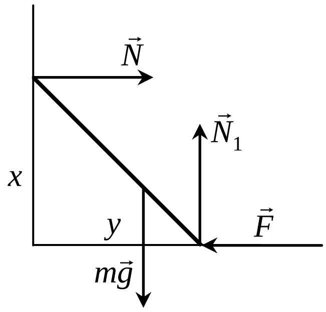
или

$$k \ge \frac{d}{2a}$$



15. Из листа фанеры вырезали равносторонний треугольник массой m и поставили его в угол между тремя взаимно перпендикулярными поверхностями так, что треугольник касается своими сторонами всех трех граней угла (см. рисунок). Какой минимальной горизонтальной силой нужно действовать на середину нижней стороны треугольника, чтобы он покоился?





Решение. Очевидно, что в данном положении пластинка взаимодействует с вертикальными стенками угла только в одной точке. Действительно, треугольник может касаться своими сторонами граней угла только в единственном положении; если сдвинуть треугольник вниз на бесконечно малую величину контакт между стенками и сторонами треугольника пропадет, и он будет опираться на ребро угла только своей вершиной. Следовательно, на треугольник действуют: две силы реакции (со стороны ребра и нижней грани угла), сила тяжести, приложенная к центру тяжести – точке пересечения медиан, искомая сила $\vec{F}$.

Геометрически очевидно, что (см. рисунок)

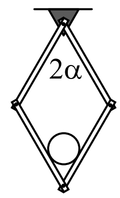
$$x = \frac{a}{\sqrt{2}}; \qquad y = \frac{a}{2}$$

Поэтому условие моментов относительно середины нижней стороны треугольника (с учетом того, что точка пересечения медиан делит каждую медиану в соотношении 2:1) дает

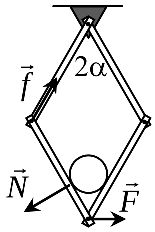
$$Nx = mg\frac{1}{3}y \qquad \Rightarrow \qquad N = \frac{mg}{3\sqrt{2}}$$

А поскольку $F = N$ (это следует из проекции условия сил на горизонтальную ось), то

$$F = \frac{mg}{3\sqrt{2}}$$



16. Четыре невесомых гладких стержня длиной l соединены шарнирно в виде ромба, который подвешен за одну из вершин к потолку. Между стержнями расположили однородный цилиндр массой m; в равновесии угол между стержнями равен 2α (см. рисунок).



Решение. Из условия равновесия цилиндра заключаем, что сила реакции между цилиндром и нижними стержнями определяется соотношением

$$N = \frac{mg}{2\sin\alpha}$$

Из условия равновесия верхних стержней следует, что силы, действующие на них со стороны нижних стержней, могут быть направлены только вдоль верхних стержней (см. рисунок; на рисунке символом $\vec{f}$ обозначена сила, действующая на левый нижний стержень со стороны левого верхнего). Рассмотрим теперь равновесие левого нижнего стержня. Из условия моментов относительно нижнего шарнира получаем

$$NR\,\mathrm{ctg}\,\alpha = fl\sin 2\alpha \qquad (1)$$

С другой стороны из симметрии задачи следует, что сила, действующая со стороны правого нижнего стержня на левый нижний может быть направлена только горизонтально (см. рисунок сила, действующая со стороны правого нижнего стержня на левый нижний, обозначена как F). Поэтому условие сил для левого нижнего стержня в проекциях на вертикальную ось дает

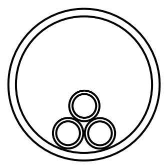
$$f\cos\alpha = N\sin\alpha$$

Теперь из формулы (1) находим радиус цилиндра

$$R = \frac{2l\sin^3\alpha}{\cos\alpha}$$

а из проекции условия сил для левого нижнего стержня на горизонтальное направление – силу в нижнем шарнире

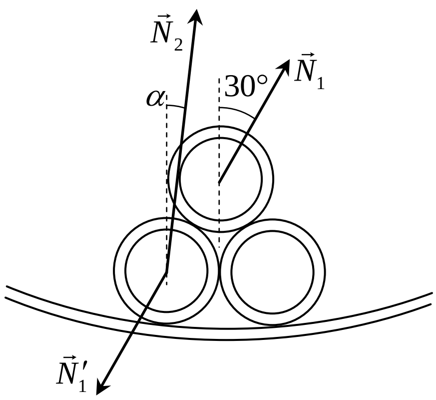
$$F = mg\,\mathrm{ctg}\,2\alpha$$



17. Три одинаковые гладкие трубы с радиусом r находятся в равновесии внутри массивной трубы радиуса R, при этом малые трубы расположены так, как показано на рисунке. При каком минимальном значении R равновесие труб будет нарушено. Трение между всеми поверхностями отсутствует.

Решение. На верхнюю трубу действуют: сила тяжести и силы со стороны двух нижних труб (на рисунке показана только одна из этих сил - $\vec{N}_1$). Поскольку треугольник, вершинами которого являются центры малых труб, равносторонний, угол между силами, действующими на верхнюю трубу со стороны нижних, и вертикалью равен $30°$. Поэтому из условия равновесия верхней малой трубы заключаем

$$N_1 = \frac{mg}{\sqrt{3}}$$



где m - масса верхней трубы. На нижнюю трубу действует сила тяжести ($m\vec{g}$), сила со стороны верхней ($\vec{N}_1'$) и со стороны большой трубы ($\vec{N}_2$), причем сила $\vec{N}_2$ направлена в центр большой трубы. Поскольку две нижних трубы касаются между собой, то для угла между силой $\vec{N}_2$ и вертикалью имеем очевидное соотношение

$$\sin\alpha = \frac{r}{R-r}$$

Из вертикальной проекции условия равновесия нижней трубы имеем

$$mg + N_1\cos 30° = N_2\cos\alpha$$

Отсюда

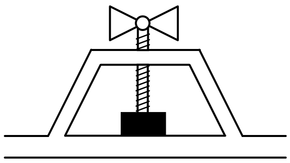
$$N_2 = \frac{3mg}{2\cos\alpha} = \frac{3mg(R-r)}{2\sqrt{(R-r)^2 - r^2}}$$

Трубы будут разъезжаться, если горизонтальная составляющая силы $\vec{N}_1'$ будет больше горизонтальной составляющей силы $\vec{N}_2$: $N_1\sin 30° \geq N_2\sin\alpha$. Или

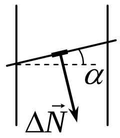
$$\frac{mg}{2\sqrt{3}} \geq \frac{3mg(R-r)\sin\alpha}{2\sqrt{(R-r)^2 - r^2}} = \frac{3mgr}{2\sqrt{(R-r)^2 - r^2}}$$

Отсюда находим

$$R \geq \left(1 + 2\sqrt{7}\right) r$$



18. (3 балла) В винтовом прессе заготовка прижимается к опоре давящим штоком, который приводится в движение относительно рамы с помощью винта. Шаг резьбы винта (расстояние между ближайшими бороздками) - h. К рукоятке винта приложена сила, которая создает момент относительно оси винта M. С какой силой шток прижимает заготовку к опоре? Трение между всеми поверхностями отсутствует.



Решение. Пусть угол подъема резьбы - α. На шток действуют: искомая сила реакции со стороны заготовки $\vec{N}$, направленная вертикально вверх, момент внешних сил и сила реакции со стороны резьбы. Пусть на малом интервале длины резьбы Δx действует сила реакции $\Delta\vec{N}$, перпендикулярная резьбе (перпендикулярная, так как нет трения; см. рисунок). Сумма вертикальных проекций силы $\Delta\vec{N}$, действующих на все ее участки, компенсирует силу $\vec{N}$, проекции силы $\Delta\vec{N}$ на ось, перпендикулярную оси заготовки, создает момент, компенсирующий момент внешних сил M. Поэтому

$$N = \frac{\Delta N \cos\alpha}{\Delta x} l$$

$$M = \frac{\Delta N \sin\alpha}{\Delta x} lR$$

где l - длина резьбы, R - радиус штока. Деля первое соотношение на второе, получим

$$M = NR \operatorname{tg}\varphi \qquad (1)$$

С другой стороны, для каждого участка резьбы справедливы равенства

$$\Delta x = \frac{\Delta l}{\cos\alpha}, \qquad \Delta x = \frac{\Delta h}{\sin\alpha}$$

где Δl и Δh - проекции участка резьбы на перпендикулярное и продольное направление. Поэтому суммирование таких проекций по одному периоду резьбы дает

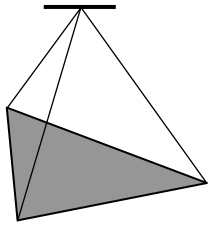
$$2\pi R \operatorname{tg}\alpha = h$$

где h - шаг резьбы (расстояние между соседними бороздками). Отсюда и формулы (1) получаем

$$N = \frac{2\pi M}{h}$$

Из этой формулы следует, что, используя резьбу с маленьким шагом, можно получить существенный выигрыш в силе.

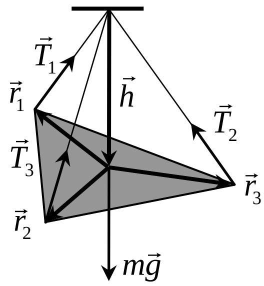
19. Вырезанный из листа фанеры равносторонний треугольник подвешен за три нити, которые прикреплены к вершинам треугольника, а вторами концами прикреплены к одной точке на потолке. Длины нитей равны l, $1{,}2l$ и $1{,}4l$. Размер стороны треугольника a. Сила натяжения самой короткой нити известна и равна T. Найти силу натяжения нити, имеющей длину $1{,}2l$. Все нити натянуты.



Решение. В последней задаче, можно доказать, что силы натяжения нитей пропорциональны их длинам. Действительно, условие равновесия дает

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 + m\vec{g} = 0$$

С другой стороны, центр тяжести треугольника лежит под точкой крепления нитей, поэтому если ввести вспомогательные векторы: $\vec{h}$ - из точки крепления нитей в центр тяжести треугольника и векторы $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ и $\vec{r}_3$ - из центра тяжести треугольника в вершины, то



вектор $\vec{h}$ будет параллелен $m\vec{g}$,

векторы $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ и $\vec{T}_3$ можно представить как $\vec{T}_1 = -k_1(\vec{h} + \vec{r}_1)$, $\vec{T}_2 = -k_2(\vec{h} + \vec{r}_2)$, $\vec{T}_3 = -k_3(\vec{h} + \vec{r}_3)$, где k_1, k_2 и k_3 - некоторые числа.

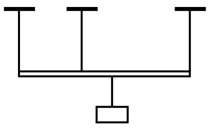
Подставляя в условие равновесия, получим

$$-k_1(\vec{h} + \vec{r}_1) - k_2(\vec{h} + \vec{r}_2) - k_3(\vec{h} + \vec{r}_3) + m\vec{g} = 0$$

Но, как известно, для треугольника сумма векторов, проведенных из центра тяжести в вершины равна нулю $\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = 0$, поэтому получаем

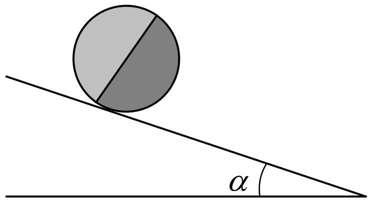
$$\left[-(k_1 + k_2 + k_3)\vec{h} + m\vec{g}\right] + (k_3 - k_1)\vec{r}_1 + (k_3 - k_2)\vec{r}_2 = 0$$

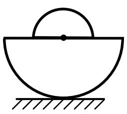
Первый вектор в этой формуле направлен вертикально вниз, второй и третий – в плоскости треугольника, поэтому их сумма равна нулю, только если они нулевые. Отсюда, в частности, следует, что силы натяжения пропорциональны длинам нитей $k_1 = k_2 = k_3$. Сами же коэффициенты k_1, k_2 и k_3 легко найти, если найти расстояние от точки крепления нитей до центра тяжести треугольника.



20. Невесомый недеформируемый стержень длиной l подвешен на трех одинаковых вертикальных нитях, привязанных к концам и точке, лежащей на расстоянии $l/3$ от его левого конца (см.рисунок). На каком максимальном расстоянии справа от точки крепления средней нити можно подвесить массивное тело так, чтобы все нити были натянутыми. Считать, что нити упругие, но слабо растяжимые.

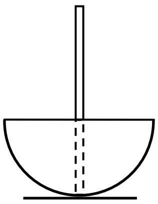
21. Сфера радиуса R спаяна из двух полусфер с массами m и $2m$. Сферу аккуратно помещают на наклонную плоскость с углом при основании α. Трение между плоскостью и сферой таково, что сфера не скользит по плоскости. При каком максимальном угле α сфера может находиться в равновесии?





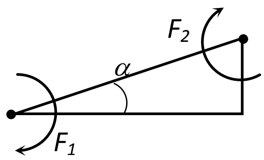
22. Тело представляет собой два склеенных полушара (см. рисунок) с общим центром. Радиус нижнего полушара R, верхнего - $R/2$, плотность вещества нижнего полушара ρ. Какой должна быть плотность вещества верхнего полушара, чтобы положение тела, изображенное на рисунке, было положением устойчивого равновесия?

23. Тонкостенная полусфера имеет радиус R. К нижней точке внутренней поверхности полусферы припаян очень тонкий стержень, перпендикулярный поверхности



полусферы в точке крепления (см. рисунок). Масса стержня в три раза превосходит массу полусферы. При какой длине стержня нарисованное положение тела будет положением устойчивого равновесия? Ответ обосновать.

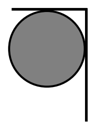
24. Вырезанный из листа фанеры прямоугольный треугольник с меньшим острым углом α расположен на шероховатой горизонтальной поверхности. Чтобы



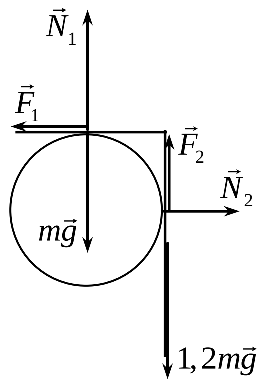
повернуть

треугольник относительно закрепленной вертикальной оси, проходящей через вершину угла α, к треугольнику необходимо приложить минимальную горизонтальную силу F_1, а чтобы повернуть его относительно закрепленной вертикальной оси, проходящей через вершину другого острого угла – минимальную горизонтальную силу F_2. Какую минимальную горизонтальную силу необходимо приложить к треугольнику, чтобы повернуть его относительно закрепленной вертикальной оси, проходящей через вершину прямого угла?

25. Квадратная пластина изогнута под прямым углом так, что длина одной стороны получившегося двугранного угла в 1,2 раза больше другой. Пластину кладут на закрепленный горизонтальный цилиндр, диаметр которого равен длине короткой стороны двугранного угла; при этом короткая сторона угла располагается горизонтально, длинная – вертикально (см. рисунок). При каком минимальном коэффициенте трения между пластиной и цилиндром пластина будет в равновесии?



Решение. Силы, действующие на пластинку, показаны на рисунке. Здесь $\vec{N}$, $\vec{N}_2$ - силы реакции, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ - силы трения, $m\vec{g}+1,2m\vec{g}=2,2m\vec{g}$ - сила тяжести (m - масса короткой части пластинки). При этом для удобства вычисления момента полная сила тяжести разделена на две части, которые действуют на короткую и длинную части пластинки и которые приложены к их центрам тяжести. Из условия сил и моментов (относительно вершины двухгранного угла) имеем



$$\begin{aligned} &N_1+F_2=2,2mg \\ &N_2=F_1 \\ &N_2+mg=N_1 \end{aligned} \qquad (*)$$

В момент начала скольжения для сил трения выполнено условие $F_1=\mu N_1$, $F_2=\mu N_2$. Поэтому исключая из системы (*) силы реакции, получим

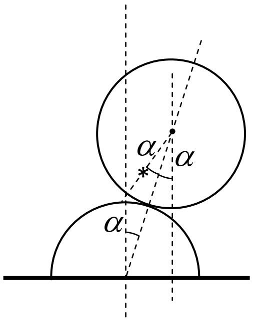
$$\begin{aligned} &F_1+F_2=1,2mg \\ &F_2=\mu F_1 \\ &F_1=\frac{\mu mg}{1-\mu} \end{aligned} \qquad (**)$$

Из системы (**) получаем квадратное уравнение относительно коэффициента трения

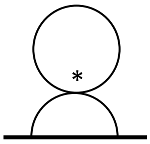
$$\mu^2 + 2{,}2\mu - 1{,}2 = 0$$

Решая это квадратное уравнение, получим

$$\mu = \sqrt{2{,}41} - 1{,}1$$



26. На вершину закрепленной полусферы радиуса R ставят шар того же радиуса со смещенным центром тяжести («ванька-встанька»). Центр тяжести шара находится ниже его центра на расстоянии $2R/3$ от центра (см. рисунок; центр тяжести шара показан звездочкой). Будет ли такое положение шара устойчивым? Проскальзывания нет.



Решение. Отклоним верхний шар от положения равновесия и исследуем вопрос о смещении центра тяжести, если он поднимется, положение равновесия шара будет устойчивым. В начальном состоянии центр тяжести верхнего шара находился на высоте

$$h_0 = 2R - \frac{2}{3}R = \frac{4}{3}R$$

Пусть верхний шар отклонился так, что направление на точку касания шаров составляет малый угол α с вертикалью (см. рисунок). Тогда (поскольку проскальзывания шаров нет) направление на центр тяжести верхнего шара из его центра будет составлять такой же угол α с направлением на новую точку касания. Поэтому высоту нового положения центра тяжести по отношению к основанию нижнего полушара можно найти как

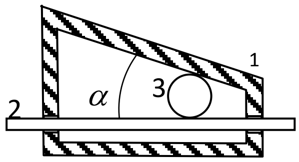
$$h_1 = 2R\cos\alpha - \frac{2}{3}R\cos 2\alpha$$

Используя далее известную тригонометрическую формулу $\cos\alpha = 1 - 2\sin^2(\alpha/2)$ и учитывая, что для малого угла $\sin\alpha \approx \alpha$, получим

$$h_1 = \frac{4}{3}R - R\alpha^2 + \frac{4}{3}R\alpha^2 = \frac{4}{3}R + \frac{1}{3}R\alpha^2 > h$$

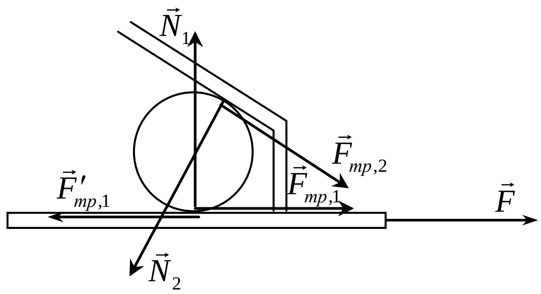
Таким образом, центр верхнего шара при отклонении поднимается, и, следовательно, его положение на «вершине» полушара – устойчивое.

27. Храповым механизмом называется устройство, допускающее движение подвижных частей (зубчатых колес, штоков и др.) только в одном направлении. Во фрикционных храповых механизмах силой, препятствующей движению, является сила трения. На рисунке представлен фрикционный храповой механизм, состоящий из полого наклонного корпуса 1 и направляющей 2, которая может перемещаться в вправо или влево в отверстиях в корпусе. Между направляющей и наклонной гранью корпуса расположен маленький шарик 3. Объясните принцип работы механизма. В каком направлении – направо или налево - механизм препятствует движению направляющей? Какое трение – между шариком и направляющей, шариком и корпусом, направляющей и корпусом обеспечивает его работу? Считая, что коэффициент трения между шариком и направляющей равен μ и меньше коэффициента трения между шариком и корпусом, определите, при каком угле α храповой механизм не позволит направляющей перемещаться в одном из направлений при любой действующей на нее внешней силе.



Решение. Очевидно, трение будет препятствовать вытаскиванию направляющей вправо, поскольку может возникнуть эффект заклинивания – сила трения между направляющей и шариком «потянет» шарик вправо, это приведет к увеличению сил реакции, что в свою очередь увеличит трение. Нарушение работы храпового механизма рассматриваемого типа может происходить в двух местах. При малом трении между шариком и направляющей направляющую можно вытащить вправо, и шарик не будет ей мешать, но при этом не будет вращаться, поскольку вращаться ему не позволит трение между ним и корпусом. При малом трении между шариком и корпусом проскальзывание между шариком и направляющей не будет возникать, но направляющую можно вытащить вправо, вращая шарик, поскольку его вращению не мешает трение между ним и корпусом. Таким образом, и трение между направляющей и шариком, и трение между шариком и корпусом необходимы для нормальной работы храпового механизма рассматриваемого типа, причем по условию нарушаться его работа будет при проскальзывании шарика относительно корпуса (там, по условию, меньше трение).

Пусть на направляющую действует горизонтальная сила F, направленная вправо. Пока механизм работает, шарик находится в равновесии. Поэтому применим к шарику условия равновесия и исследуем возможность их нарушения.



На шарик действуют: сила трения со стороны направляющей $\vec{F}_{тр,1}$, направленная вправо и равная внешней силе, поскольку направляющая находится в равновесии, сила трения со стороны корпуса $\vec{F}_{тр,2}$, направленная вправо-вниз (по часовой стрелке, поскольку в отсутствии трения между шариком и корпусом шарик вращался бы против часовой стрелки, а трение препятствует этому вращению), сила реакции со стороны направляющей $\vec{N}_1$ и сила реакции со стороны корпуса $\vec{N}_2$ (см. рисунок). Условия равновесия шарика и направляющей дают

Уравнение сил (горизонтальная ось) $\quad N_2 \sin\alpha - F_{тр,2}\cos\alpha - F_{тр,1} = 0$

Условие сил (вертикальная ось) $\quad N_1 - N_2\cos\alpha - F_{тр,2}\sin\alpha = 0$

Условие моментов (относительно центра шарика) $\quad F_{тр,1} = F_{тр,2}$.

Условие равновесия направляющей $\quad F_{тр,1} = F$

где α - угол наклона наклонной грани корпуса (см. рисунок в условии задачи; силой тяжести шарика пренебрегаем по сравнению с силами реакции и трения). Из этой системы уравнений находим N_1 и N_2

$$N_1 = N_2 = \frac{(1+\cos\alpha)F}{\sin\alpha}$$

С ростом внешней силы $\vec{F}$ растут силы реакции и максимальные значения сил трения. Поэтому равновесие не нарушится при любом значении внешней силы, если выполнено условие

$$F_{mp,2} < \mu N_2 \quad \text{или} \quad \mu \geq \frac{\sin\alpha}{(1+\cos\alpha)} = \mathrm{tg}(\alpha/2)$$

(при этом аналогичное условие между направляющей и шариком также не нарушится, поскольку силы реакции N_1 и N_2 одинаковы, а коэффициент трения между шариком и корпусом меньше коэффициента между шариком и направляющей). Отсюда находим ограничение на угол наклона грани корпуса механизма

$$\alpha \leq 2\mathrm{arctg}\,\mu$$

ТЕПЛОВЫЕ ДВИГАТЕЛИ

Кратко принципы МКТ:

12.1.1. Сравнить число молекул N_1 в 1 моль водорода и число молекул N_2 в 1 моль кислорода.

1. $\frac{N_1}{N_2}=16$ **2.** $\frac{N_1}{N_2}=\frac{1}{16}$ **3.** $\frac{N_1}{N_2}=1$ **4.** $\frac{N_1}{N_2}=\frac{1}{8}$

12.1.2. Сравнить число молекул N_1 в 1 г водорода и число молекул N_2 в 1 г кислорода.

1. $\frac{N_1}{N_2}=16$ **2.** $\frac{N_1}{N_2}=\frac{1}{16}$ **3.** $\frac{N_1}{N_2}=1$ **4.** $\frac{N_1}{N_2}=\frac{1}{8}$

12.1.3. Сравнить число молекул N_1 в одном моле двухатомного газа - молекулярного кислорода O_2 и число молекул N_2 в одном моле трехатомного газа - озона O_3.

1. $\frac{N_1}{N_2}=2$ **2.** $\frac{N_1}{N_2}=\frac{3}{2}$ **3.** $\frac{N_1}{N_2}=1$ **4.** $\frac{N_1}{N_2}=\frac{2}{3}$

12.1.4. Чему равно отношение молярной массы вещества к массе одной молекулы этого вещества?

1. Числу Авогадро **2.** Постоянной Больцмана **3.** Универсальной газовой постоянной

4. Среди приведенных ответов нет правильного

12.1.5. Имеется 10 г одноатомного газа гелия – He. Сколько моль содержит это количество?

1. $2,5$ моль **2.** $7,5\cdot10^{23}$ моль **3.** $0,4$ моль **4.** $7,5\cdot10^{26}$ моль

12.1.6. В сосуде находится $3\cdot10^{23}$ молекул некоторого газа. Какое количество вещества находится в сосуде?

1. $0,25$ моль **2.** $0,5$ моль **3.** $0,75$ моль **4.** это зависит от газа

12.1.7. Клеточка, отвечающая химическому элементу Ru (рутений[1]) в таблице Менделеева, показана на рисунке. Чему равна молярная масса рутения?

Ru	44
Рутений	
	101,07

1. 44 г/моль **2.** 101,07 г/моль **3.** 145,07 г/моль **4.** 57,07 г/моль

12.1.8. Какая формула правильно определяет связь абсолютной температуры T и средней кинетической энергии молекул $\varepsilon_k = \left(\frac{mv^2}{2}\right)_{\text{ср}}$?

1. $kT = \frac{3}{2}\varepsilon_k$ **2.** $\frac{3}{2}kT = \varepsilon_k$ **3.** $kT = \varepsilon_k$

4. Для одноатомных молекул $\frac{3}{2}kT = \varepsilon_k$, для двухатомных $\frac{5}{2}kT = \varepsilon_k$ (здесь k – постоянная Больцмана).

12.1.9. При какой абсолютной температуре плавится лед?

1. 0 К **2.** 263 К **3.** 273 К **4.** –273 К

12.1.10. Изменение температуры тела составило 27 °С. По абсолютной шкале температур это изменение составляет:

1. 0 К **2.** 27 К **3.** 246 К **4.** 300 К

12.2.1. Имеется два сосуда. В одном находятся 1 г молекулярного водорода H_2, в другом – 8 г молекулярного кислорода O_2. В каком сосуде находится большее количество вещества?

1. Где водород **2.** Где кислород **3.** Одинаково **4.** Это зависит от объема сосудов

12.2.2. Молярная масса азотной кислоты HNO_3 равна:

1. 60 г/моль **2.** 61 г/моль **3.** 62 г/моль **4.** 63 г/моль

12.2.3. Чему равна масса одного моля углерода C в атомных единицах массы (а.е.м.)?

1. $72\cdot10^{23}$ а.е.м. **2.** 12 а.е.м.

3. 72 а.е.м. **4.** $12\cdot10^{23}$ а.е.м.

---

[1] Мы не случайно взяли в качестве примера именно этот элемент. Этот элемент был открыт в России (в 1844 году в Казанском университете химиком К.Клаусом) и назван в честь России. Ruthenia – латинское название России.

12.2.4. Плотность некоторого газа $\rho = 1800$ г/м^3. При этом концентрация молекул газа равна $n = 2,7 \cdot 10^{26}$ м$^{-3}$. Какой это газ?

1. Водород **2.** Гелий

3. Углекислый газ **4.** Кислород

12.2.5. Чему равна средняя скорость молекул водорода при температуре 300 К? Постоянная Больцмана $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К, 1 а.е.м.$= 1,66 \cdot 10^{-27}$ кг.

1. $2 \cdot 10^1$ м/с **2.** $2 \cdot 10^2$ м/с

3. $2 \cdot 10^3$ м/с **4.** $2 \cdot 10^4$ м/с

12.2.6. При нагревании идеального газа его абсолютная температура увеличилась в два раза. Во сколько раз изменилась средняя скорость движения молекул?

1. Увеличилась в 2 раза **2.** Увеличилась в 4 раза

3. Увеличилась в $\sqrt{2}$ раз **4.** Не изменилась

12.2.7. Два газа, массы молекул которых равны m и $16m$, приводят в тепловой контакт. После установления теплового равновесия оказалось, что средняя скорость молекул с массой m равна v. Найти среднюю скорость v_1 молекул с массой $16m$.

1. $v_1 = v$ **2.** $v_1 = v/16$ **3.** $v_1 = v/4$ **4.** $v_1 = v/8$

12.2.8. В сосуде находится смесь двухатомного водорода и одноатомного гелия. Найти отношение средних скоростей молекул водорода v_1 и гелия v_2:

1. $\frac{v_1}{v_2} = 1$ **2.** $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{2}$ **3.** $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{6}{5}}$ **4.** $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{10}{3}}$

12.2.9. Где содержится больше молекул, в стакане воды или стакане ртути? Плотность воды $\rho_{H_2O} = 1$ г/см^3, плотность ртути $\rho_{Hg} = 13,6$ г/см^3.

1. В стакане воды **2.** В стакане ртути

3. Одинаково **4.** Это зависит от объема стакана

12.2.10. Температуру газа в сосуде увеличивают от 25 до 125 °C. Во сколько примерно раз возрастает при этом средняя скорость молекул газа?

1. В 5 раз **2.** В $\sqrt{5}$ раза

3. В $4/3$ раза **4.** В $2/\sqrt{3}$ раза

Термодинамика

14.1.1. Как изменяется внутренняя энергия идеального газа при повышении его температуры?

1. Увеличивается **2.** Уменьшается **3.** Не изменяется **4.** Это не связанные величины

14.1.2. Давление идеального газа увеличилось в 3 раза, а его объем уменьшился в 2 раза при неизменной массе. Как изменилось при этом внутренняя энергия газа?

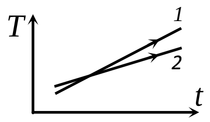
1. Увеличилась в 6 раз **2.** Увеличилась в $3/2$ раза

3. Уменьшилась в $3/2$ раза **4.** Уменьшилась в 6 раз

14.1.3. Как изменяется внутренняя энергия идеального газа при его изотермическом сжатии?

1. Увеличивается **2.** Уменьшается

3. Не изменяется **4.** Сначала увеличивается, затем уменьшается



14.1.4. Два тела нагревают с помощью одинаковых нагревателей. На рисунках представлены графики зависимости температуры тел от времени нагревания. У какого из тел больше теплоемкость? Теплопотерями пренебречь.

1. У первого (график отмечен цифрой 1) **2.** У второго (график отмечен цифрой 2)

3. Одинаковы **4.** Мало информации для ответа

14.1.5. Телу массой 5 кг сообщили количество теплоты 1000 Дж, в результате чего его температура выросла на 2 К. Чему равна удельная теплоемкость вещества тела?

1. 100 Дж/(кг$\cdot$К) **2.** 400 (Дж$\cdot$К)/кг **3.** 2500 (Дж$\cdot$кг)/К **4.** мало информации для ответа

14.1.6. Какую работу совершил 1 моль одноатомного идеального газа при изохорическом нагревании на величину ΔT?

1. $A=(3/2)\nu R\Delta T$ **2.** $A=(5/2)\nu R\Delta T$ **3.** $A=\nu R\Delta T$ **4.** $A=0$

14.1.7. В изохорическом процессе газу сообщили количество теплоты Q. Чему равно изменение внутренней энергии газа ΔU?

1. $\Delta U = Q/2$ **2.** $\Delta U = -Q$ **3.** $\Delta U = Q$ **4.** Мало информации для ответа

14.1.8. В изотермическом процессе газу сообщили количество теплоты Q. Чему равна работа A, совершенная над газом?

1. $A=Q/2$ **2.** $A=-Q$ **3.** $A=Q$ **4.** Мало информации для ответа

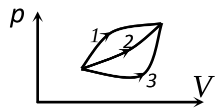
14.1.9. Определить работу, совершаемую идеальным газом при адиабатическом расширении, если его внутренняя энергия уменьшилась на величину ΔU?

1. $A=-\Delta U$ **2.** $A=\Delta U$ **3.** $A=\frac{2}{5}\Delta U$ **4.** Мало информации для ответа

14.1.10. Идеальный газ получил количество теплоты 50 Дж и совершил работу величиной 40 Дж. На сколько изменилась внутренняя энергия газа?

1. Увеличилась на 90 Дж **2.** Увеличилась на 10 Дж

3. Уменьшилась на 10 Дж **4.** Уменьшилась на 90 Дж

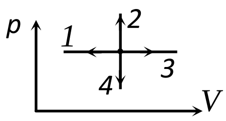


14.2.1. С идеальным газом происходят процессы 1, 2, 3, графики которых в координатах «давление-объем» представлены на рисунке. В каком из этих процессов газ совершает бóльшую работу?

1. В процессе 1 **2.** В процессе 2 **3.** В процессе 3 **4.** Мало информации для ответа

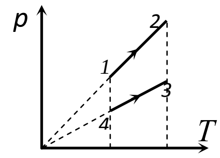
14.2.2. С идеальным газом происходят процессы 1, 2, 3, графики которых в координатах «давление-объем» представлены на рисунке к предыдущей задаче. В каком из этих процессов газ получил большее количество теплоты?

1. В процессе 1 **2.** В процессе 2 **3.** В процессе 3 **4.** Мало информации для ответа



14.2.3. С идеальным газом происходят процессы 1, 2, 3 и 4, графики которых в координатах «давление-объем» представлены на рисунке. В каком из этих процессов газ совершает отрицательную работу?

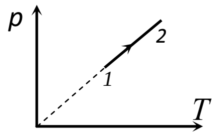
1. В процессе 1 **2.** В процессе 2 **3.** В процессе 3 **4.** В процессе 4



14.2.4. С идеальным газом происходят два процесса 1-2 и 3-4, графики которых в координатах «давление-абсолютная температура» приведены на рисунке. Сравнить количество теплоты Q_1, полученное газом в процессе 1-2, и количество теплоты Q_2, полученное газом в процессе 3-4.

1. $Q_1 > Q_2$ **2.** $Q_1 < Q_2$ **3.** $Q_1 = Q_2$

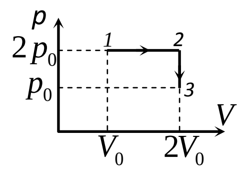
4. Это зависит от давлений и температур в состояниях 1, 2, 3 и 4



14.2.5. С идеальным газом проводят процесс 1-2, зависимость давления от объема для которого приведена на рисунке. Известно, что газ получил в этом процессе количество теплоты 100 кДж. Чему равно изменение внутренней энергии газа?

1. 50 кДж **2.** 100 кДж **3.** 40 кДж **4.** 60 кДж

14.2.6. Определить работу, совершаемую идеальным газом в процессе, график которого в координатах «давление-объем» приведен на рисунке. Величины p_0 и V_0 известны.



1. $A = p_0V_0$ **2.** $A = 2p_0V_0$ **3.** $A = \frac{1}{2}p_0V_0$ **4.** $A = \frac{2}{5}p_0V_0$

14.2.7. В некотором процессе над газом совершили работу $A = -10$ Дж и забрали у него количество теплоты $Q = -5$ Дж. Чему равно изменение внутренней энергии газа в этом процессе?

1. $\Delta U = -5$ Дж **2.** $\Delta U = 5$ Дж **3.** $\Delta U = -15$ Дж **4.** $\Delta U = 15$ Дж

14.2.8. Одноатомный идеальный газ в количестве 20 молей получил количество теплоты $2 \cdot 10^3$ Дж; при этом газ нагрелся на 10 °С. Расширялся или сжимался газ в этом процессе?

1. Расширялся **2.** Сжимался **3.** Объем газа не менялся **4.** Сначала расширялся, потом сжимался

14.2.9. В изобарическом процессе идеальному одноатомному газу сообщили некоторое количество теплоты Q. Какая доля этого количества пошла на увеличение внутренней энергии газа?

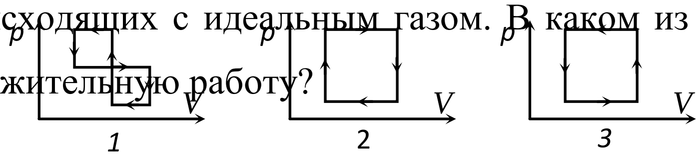
1. $\Delta U = Q$ **2.** $\Delta U = \frac{2}{5}Q$ **3.** $\Delta U = \frac{3}{5}Q$ **4.** $\Delta U = \frac{4}{5}Q$

14.2.10. Чему равна теплоемкость c_T одного моля одноатомного идеального газа в изотермическом процессе?

1. $c_T = \frac{5}{3}R$ **2.** $c_T = \infty$ **3.** $c_T = \frac{3}{5}R$ **4.** $c_T = 0$

Двигатели

<u>15.1.1.</u> На рисунках 1, 2 и 3 приведены графики трех циклических процессов, происходящих с идеальным газом. В каком из этих процессов газ совершил за цикл положительную работу?



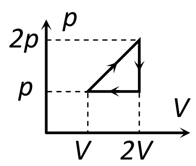
1. В 1 **2.** В 2 **3.** В 3 **4.** Ни в одном

<u>15.1.2.</u> Идеальный газ, совершив некоторый циклический процесс, вернулся в начальное состояние. Суммарное количество теплоты, полученное газом в течение всего процесса равно Q. Чему равно изменение внутренней энергии газа в этом процессе?

1. $\Delta U = -Q$ **2.** $\Delta U = 0$

3. $\Delta U = Q$ **4.** $\Delta U = -3Q/5$

<u>15.1.3.</u> Идеальный газ, совершив некоторый циклический процесс, вернулся в начальное состояние. Суммарное количество теплоты, полученное газом в течение всего процесса (разность полученного от нагревателя и отданного холодильнику количеств теплоты), равно Q. Какую работу совершил газ в течение цикла?

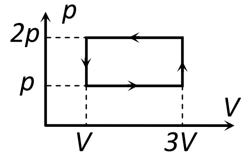


1. $A = -Q$ **2.** $A = 0$ **3.** $A = Q$ **4.** $A = -2Q/5$

<u>15.1.4.</u> На рисунке приведен график циклического процесса, который происходит с рабочим телом некоторого теплового двигателя. Параметры цикла приведены на графике. Какую работу A двигатель совершает за цикл?

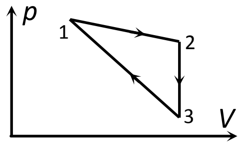
1. $A = pV/2$ **2.** $A = pV$ **3.** $A = 3pV/2$ **4.** $A = 2pV$

<u>15.1.5.</u> На рисунке приведен график циклического процесса, который происходит с газом. Параметры процесса приведены на графике. Какую работу A газ совершает в течение этого



циклического процесса?

1. $A = 2pV$ **2.** $A = 3pV$ **3.** $A = -2pV$ **4.** $A = -3pV$



<u>15.1.6.</u> Идеальный газ совершает циклический процесс, график в координатах $p-V$ приведен на рисунке. Известно, что процесс 2-3 – изохорический, в процессах 1-2 и 3-1 газ совершил работы A_{1-2} и A_{3-1} соответственно. Какую работу A совершил газ в течение цикла?

1. $A = A_{1-2} - A_{3-1}$ **2.** $A = A_{3-1} - A_{1-2}$ **3.** $A = A_{1-2} + A_{3-1}$

4. Работу газа нельзя найти ни по одной из перечисленных формул

<u>15.1.7.</u> Коэффициент полезного действия теплового двигателя показывает

1. Какую часть количества теплоты, полученного у нагревателя, двигатель отдает холодильнику

2. Какую часть количества теплоты, отданного холодильнику, двигатель превращает в работу

3. Какую часть затраченной работы составляет полезная работа двигателя

4. Какую часть количества теплоты, полученного у нагревателя, двигатель превращает в работу

<u>15.1.8.</u> В течение цикла тепловой двигатель получает от нагревателя количество теплоты Q_1 и отдает холодильнику количество теплоты Q_2. Какой формулой определяется коэффициент полезного действия двигателя?

1. $\eta = \dfrac{Q_1}{Q_2}$ **2.** $\eta = \dfrac{Q_1}{Q_1 + Q_2}$ **3.** $\eta = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ **4.** $\eta = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_2}$

<u>15.1.9.</u> У идеального теплового двигателя, работающего по циклу Карно, нагреватель имеет температуру 600 К, холодильник – 200 К. Чему равен кпд этого двигателя?

1. $1/4$ **2.** $2/3$ **3.** $3/4$ **4.** $1/3$

15.1.10. КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно, равен 50 %. Температуру нагревателя увеличивают в два раза, температура холодильника не меняется. Каким будет КПД получившейся идеальной тепловой машины?

1. 25 % **2.** 75 % **3.** 60 % **4.** 40 %

15.2.1. В течение цикла тепловой двигатель получает от нагревателя количество теплоты Q_1, отдает холодильнику количество теплоты Q_2, совершает работу A. Какой формулой не определяется коэффициент полезного действия двигателя?

1. $\eta = \frac{Q_2}{Q_1}$ **2.** $\eta = \frac{A}{A+Q_2}$ **3.** $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ **4.** $\eta = \frac{A}{Q_1}$

15.2.2. Цикл теплового двигателя длится 10 с. За это время двигатель получает от нагревателя количество теплоты, равное 10 кДж, и отдает холодильнику количество теплоты 3 кДж. Какова мощность двигателя?

1. 70 кВт **2.** 30 кВт **3.** 700 Вт **4.** Такого двигателя быть не может

15.2.3. Тепловой двигатель получает за цикл от нагревателя количество теплоты, равное 100 Дж, а отдает холодильнику количество теплоты 30 Дж. Каков КПД двигателя?

1. 30 % **2.** 70 % **3.** 35 % **4.** 15 %

15.2.4. Тепловой двигатель совершает за цикл работу 400 Дж и отдает холодильнику количество теплоты, равное 600 Дж. Каков КПД двигателя?

1. 50 % **2.** 66 % **3.** 40 % **4.** 33 %

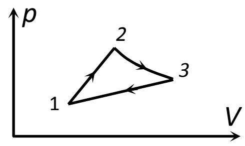
15.2.5. Тепловой двигатель, КПД которого равен 20 %, в течение цикла отдает холодильнику количество теплоты 100 Дж. Какую работу совершает двигатель за цикл?

1. 25 Дж **2.** 30 Дж **3.** 35 Дж **4.** 40 Дж

15.2.6. Тепловой двигатель, КПД которого равен 25 %, в течение цикла совершает работу 100 Дж. Какое количество теплоты двигатель отдает холодильнику за цикл?

1. 150 Дж **2.** 200 Дж **3.** 250 Дж **4.** 300 Дж

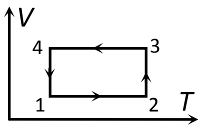
15.2.7. Идеальный газ совершает циклический процесс, график в координатах $p-V$ приведен на рисунке. Известно, что процесс 2-3 – адиабатический, в процессе 1-2 газ получил количество теплоты Q_{1-2}, в процессе 3-1 отдал количество теплоты Q_{3-1}. Какую работу A совершил газ в течение цикла?



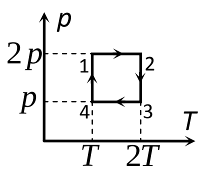
1. $A=Q_{1-2}-Q_{3-1}$ **2.** $A=Q_{1-2}+Q_{3-1}$ **3.** $A=Q_{3-1}-Q_{1-2}$

4. Работу газа нельзя найти ни по одной из перечисленных формул

15.2.8. На рисунке на $V-T$ диаграмме приведен график циклического процесса, происходящего с идеальным газом. Положительную или отрицательную работу газ совершает в течение цикла?



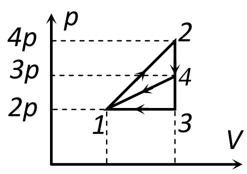
1. Положительную **2.** Отрицательную **3.** Нулевую **4.** Мало информации для ответа



15.2.9. На рисунке на $p-T$ диаграмме приведен график циклического процесса, происходящего с идеальным газом. На каком из участков цикла 1-2, 2-3, 3-4 или 4-1 газ совершает максимальную по абсолютной величине работу?

1. На 1-2 **2.** На 2-3 **3.** На 3-4 **4.** На 4-1

15.2.10. Коэффициент полезного действия процесса 1-2-3-1 известен и равен η (см. рисунок). Чему равен коэффициент полезного действия η_1 процесса 1-2-4-1?



1. $\eta_1=\eta/2$ **2.** $\eta_1=2\eta$

3. $\eta_1=4\eta$ **4.** $\eta_1=\eta/4$

Как посмотреть

Лекции С.Е.Муравьева, А.С.Ольчака «Вторая история человечества»

1. На образовательном портале coursera.ru размещен видеокурс «Вторая история человечества» С.Е.Муравьева, А.С.Ольчака (НИЯУ МИФИ). Курс посвящен истории изобретений и открытий, перевернувших жизнь человека. «Своими словами» – это набор историй относительно современной инженерии - очки, канализационная система городов, книгопечатание, радио, полупроводниковые приборы и др. Еще одна часть курса посвящена науке – механика, математический анализ, термодинамика, квантовая механика. Третья часть – информационным технологиям.
2. Все лекции сгруппированы в небольшие «эпизоды» - 10-12 минут, и смотрятся «живо».
3. Любой желающий может их посмотреть (абсолютно бесплатно). Делается это так:

А. зайти на сайт https://www.coursera.org/.

Б. зарегистрироваться (нажать «Зарегистрироваться», ввести ФИО, электронный адрес, пароль. Нажать «Зарегистрироваться»).

В. Чтобы найти курс, войти на сайт coursera по своему логину и паролю (логин – электронная почта). В поисковое поле ввести по-русски «история», самый первый найденный курс будет наш – «Вторая история человечества». В него нужно войти и нажать «зарегистрироваться» (это регистрация на наш курс). Сайт предложит «приобрести курс» (за деньги) или «полный курс без сертификата». Второе - абсолютно бесплатно. Выбирайте второе, и нажимайте «продолжить». А затем «начать обучение».

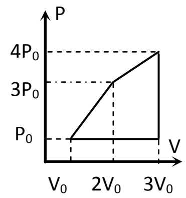
Г. Слева на экране найдите «посмотреть курс». Нажимайте, и вас пускают на все лекции курса, которые сгруппированы в три группы - «недели». Одна – история изобретений, вторая – история открытий, третья – история информационных.

Д. Три эпизода в самом конце – разбор задач Инженерной олимпиады школьников. Можно посмотреть и порешать.

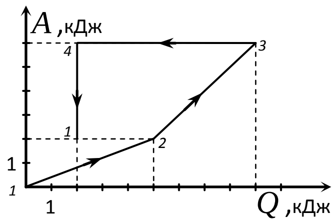
E. В конце курса есть задачи. Все тестовые, половина – по истории науки, половина – по инженерной физике. Если кто-то их порешает, тоже будет интересно.

1. Олимпиадные задачи

2. Задачи



1. С одним молем одноатомного идеального газа происходит циклический процесс, график которого в координатах "давление-объем" приведен на рисунке. Найти коэффициент полезного действия процесса. Все необходимые величины даны на рисунке.

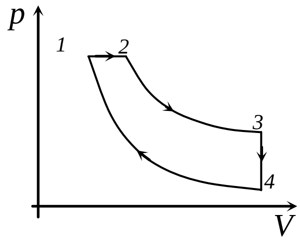


2. С одноатомным идеальным газом происходит циклический процесс 1-2-3-4-1 (начальное и конечное состояния газа совпадают). Дан график зависимости работы, совершенной газом с начала процесса, от количества теплоты, полученного газом с начала процесса. Качественно построить график зависимости давления газа от его объема в этом процессе и объяснить построение. Найти КПД процесса.

Решение. Из графика видим, что для первого процесса 1-2 (начало процесса – в начале координат) выполнено условие

$$A_{1-2} = \frac{5}{2} Q_{1-2}$$

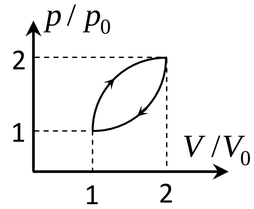
где A_{1-2} - работа газа, Q_{1-2} - количество теплоты, полученное газом. Такая связь работы и количества теплоты, полученного одноатомным газом, характерна для изобарического процесса. Поэтому процесс 1-2 – изобарический, в котором газ получил количество теплоты $Q_{1-2} = 5$ кДж. В процессе 2-3 $A_{2-3} = Q_{2-3}$, поэтому $\Delta U_{2-3} = 0$, и, следовательно, процесс 2-3 – изотермический, в котором газ получил количество теплоты $Q_{2-3} = 4$ кДж. На участке 3-1 работа газа, совершенная с начала процесса, не меняется, следовательно, $A_{3-1} = 0$ - процесс 3-1 изохорический, в котором газ отдает количество теплоты $Q_{3-4} = 4$ кДж. После состояния 4 количество теплоты, полученное газом с начала процесса не меняется, $Q_{4-1}=0$, процесс 4-1 – адиабатический, в котором газ совершает работу $A_{4-1}=-4$ кДж. Таким образом, за цикл газ совершил положительную работу $A_{1-2-3-4-1}=2$ кДж, а получил от нагревателя (участки 1-2-3, на которых газ получал тепло) следующее количество теплоты $Q_{1-2-3}=Q_{1-2}+Q_{2-3}=9$ кДж. Поэтому КПД циклического процесса 1-2-3-4-1 равен



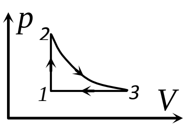
$$\eta_{1-2-3-4-1}=\frac{A_{1-2-3-4-1}}{Q_{1-2-3}}=\frac{2}{9}=0,22$$

Качественный график процесса 1-2-3-4-1 в координатах $p-V$ приведен на рисунке, в котором процесс 1-2 – изобара, 2-3 – изотерма, 3-4 – изохора, 4-1 – адиабата. Поскольку работа и количество теплоты не являются функциями состояния, и в условии не задано количество вещества газа, определить параметры этого цикла (объемы, давления, температуры) по данным условия невозможно.

3. На рисунке в координатах p/p_0 - V/V_0 показан график циклического процесса, проходящего с одним молем идеального одноатомного газа (p/p_0 и V/V_0 - отношения давления газа p и объема газа V к некоторым заданным величинам p_0 и V_0 соответственно). График процесса представляет собой две «четвертинки» одинаковых окружностей. Найти КПД цикла.



4. С одноатомным идеальным газом происходит циклический процесс, состоящий из изохоры (1-2), адиабаты (2-3) и изобары (3-1). Известно, что в изохорическом процессе давление газа возросло в два раза. Найти кпд цикла. **Указание**: в адиабатическом процессе давление одноатомного идеального газа и его объем связаны соотношением: $pV^{5/3}=\text{const}$.



Решение. КПД циклического процесса можно найти как

$$\eta=\frac{Q_н-Q_x}{Q_н}$$

Газ получает тепло в процессе 1-2, отдает – в процессе 3-1. Применяя к процессу 1-2 первый закон термодинамики, найдем количество теплоты, полученное от нагревателя

$$Q_н = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}V_1\left(2p_1 - p_1\right) = \frac{3}{2}p_1V_1$$

где p_1 и V_1 - давление и объем газа в состоянии 1. Применяя первый закон термодинамики к процессу 3-1, найдем количество теплоты, отданное холодильнику

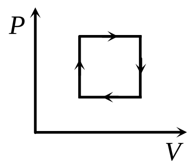
$$Q_x = \frac{5}{2}\nu R\Delta T = \frac{5}{2}p_1\left(V_3 - V_1\right)$$

где V_3 - объем газа в состоянии 3. Из уравнения адиабатического процесса

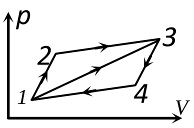
$$2p_1V_1^{5/3} = p_1V_3^{5/3}$$

получаем $V_3 = 2^{3/5}V_1$. Отсюда находим Q_x и КПД цикла

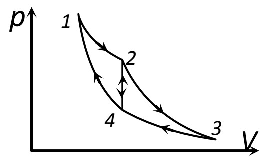
$$\eta = 1 - \frac{5(2^{3/5} - 1)}{3}$$



5. Циклический процесс, происходящий с одним молем идеального одноатомного газа, состоит из двух изобар и двух изохор (см. рисунок). Наименьшая температура газа в течение цикла - T, наибольшая - $2T$. Каково максимальное значение коэффициента полезного действия такого цикла?



6. Известно, что кпд двигателя, работающего по циклическому процессу 1-2-3-4-1, график которого в координатах $p - V$ представляет собой параллелограмм, равен η. Найти кпд двигателя, работающего по циклическому процессу 1-3-4-1. Рабочее тело двигателя - одноатомный идеальный газ.



7. С идеальным газом проводят цикл Карно 1-2-3-4-1, для которого состояния 2 и 4 лежат на одной изохоре. КПД цикла 1-2-3-4-1 равен η, цикла 1-2-4-1 - η_1. Найти КПД цикла 2-3-4-2.

Решение. Пусть количество теплоты, полученное газом на участке 1-2, равно Q_1, отданное на участке 3-4 - Q_2, на участке 2-4 (4-2) газ получил (отдал) Q_3. Тогда

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},\ \eta_1 = \frac{Q_1 - Q_3}{Q_1},\ \eta_2 = \frac{Q_3 - Q_2}{Q_3}$$

Выражая из второй формулы Q_1, из третьей Q_2 (и то и другое через Q_3), и подставляя эти выражения в первую формулу, получим

$$1-\eta=(1-\eta_1)(1-\eta_2)$$

Или

$$\eta_2=\frac{\eta-\eta_1}{1-\eta_1}$$

8. Через стенки бытового холодильника проникает за час количество теплоты $Q=400$ кДж. Температура внутри холодильника $t_0=7°$ С, в комнате $t_1=27°$ С. Какую минимальную мощность должен потреблять холодильник от сети?

Решение. При работе холодильника реализуется процесс, обратный тепловому двигателю: у холодильной камеры забирается количество определенное количество теплоты q_1, мотор холодильника совершает работу A, используя энергию электрической сети, окружающей среде сообщается количество теплоты $q_2=A+q_1$. В обратном процессе тепло передавалось бы от окружающей среды (нагревателя) холодильнику и над мотором холодильника хладагент (фреон) совершал бы работу A, которая равнялась бы

$$A=\eta q_2 \tag{1}$$

Или

$$A=\frac{\eta q_1}{1-\eta} \tag{2}$$

где η - коэффициент полезного действия такого двигателя. Поэтому при работе холодильника его мотор должен совершать работу (1) или (2). Из (2) следует, что при фиксированной величине q_1 работа мотора будет минимальной при максимальном кпд двигателя, работающего по обратному циклу. Поскольку максимальным кпд при фиксированных температурах холодильника и нагревателя обладает цикл Карно, то

$$\eta=\frac{T_1-T_0}{T_1} \tag{3}$$

где $T_1 = t_1 + 273$ К и $T_0 = t_0 + 273$ К – абсолютные температуры в комнате и холодильной камере. Поэтому из (2)-(3) находим

$$A = \frac{(T_1 - T_0)q_1}{T_0}$$

А поскольку при устойчивой работе холодильника у холодильной камеры забирается такое же количество теплоты, которое просачивается через стенки, то $q_1 = Q$, и для потребляемой из сети мощности получаем

$$P = \frac{(T_1 - T_0)Q}{T_0 \Delta t} = 7{,}9 \text{ Вт}$$

где Δt - время, за которое в холодильник проникает количество теплоты Q (1 час).

9. Какую максимальную работу можно совершить, используя айсберг массой $3 \cdot 10^6$ т в качестве холодильника и океан в качестве нагревателя. Считать, что температура айсберга равна $t_1 = 0°$ С, воды в океане $t_2 = 12°$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}4 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Решение. Чтобы работа теплового двигателя для фиксированных холодильника и нагревателя была максимальна, нужно, чтобы двигатель работал по циклу Карно. КПД цикла Карно есть

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

где T_1 и T_2 - абсолютные температуры холодильника и нагревателя соответственно. При этом двигатель совершает работу $A = \eta Q$ - где Q - количество теплоты, полученное от нагревателя, и отдает холодильнику количество теплоты $Q_1 = (1-\eta)Q$. Отсюда получаем, что

$$A = \frac{\eta Q_1}{1-\eta} = \frac{(T_2 - T_1)Q_1}{T_1}$$

Поскольку холодильником является айсберг, который плавится при получении тепла, то величина Q_1 не может превосходить λm, где λ - удельная теплота плавления льда, m - масса айсберга. Поэтому максимальная работа двигателя равна

$$A = \frac{\eta Q_1}{1-\eta} = \frac{(T_2 - T_1)\lambda m}{T_1} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Дж.}$$

10. Тепловой насос, работающий по обратному циклу Карно, передает тепло от холодильника с водой при температуре $t_1 = 0°$ С нагревателю с водой при температуре $t_2 = 100°$ С. Сколько воды нужно заморозить в холодильнике, чтобы превратить в пар $m = 1$ кг воды в нагревателе? Удельная теплота плавления льда - $\lambda = 3,4 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплота парообразования воды - $r = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Решение. Тепловой насос, работающий по любому обратному циклу, забирает некоторое количество теплоты у холодного тела (холодильника) и передает его горячему телу, совершая некоторую работу A (которая тоже передается нагревателю)

$$Q_н = A + Q_х$$

При этом переданное нагревателю количество теплоты и работа связаны определением КПД прямого цикла

$$\eta = \frac{A}{Q_н}$$

Отсюда находим связь количества теплоты, взятого насосом у холодильника и переданного нагревателю

$$Q_н = \frac{Q_х}{1-\eta}$$

Используя далее формулу для КПД цикла Карно, получим

$$Q_н = \frac{T_н Q_х}{T_х}$$

где $T_н$ и $T_х$ - абсолютные температуры нагревателя и холодильника данного цикла Карно. Для испарения в нагревателе $m = 1$ кг воды необходимо количество теплоты $Q_н = rm$, где r - удельная теплота парообразования. Для этого холодильник должен отдать количество теплоты

$$Q_х = \frac{T_х rm}{T_н}$$

А для этого должно замерзнуть

$$m_1 = \frac{Q_x}{\lambda} = \frac{T_x rm}{T_н \lambda} = 4,95 \text{ кг}$$

воды в холодильнике.

11. Найти КПД цикла, состоящего из двух изотерм и двух изохор, если КПД цикла Карно с нагревателем с температурой «верхней» изотермы и холодильником с температурой «нижней» равен η, а изменение внутренней энергии газа при изохорическом нагревании вдвое меньше его работы при изотермическом расширении. Рабочее тело цикла – идеальный газ.

Решение. Пусть температура газа на «верхней» изотерме равна T_1, на нижней T_2. Тогда КПД цикла Карно с нагревателем с температурой T_1 и холодильником с температурой T_2 равен

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Двигатель получает тепло при изохорическом нагревании и изотермическом расширении. Найдем количество теплоты, полученное двигателем от нагревателя. Пусть изменение внутренней энергии газа при изохорическом расширении равно ΔU_V. Тогда по условию работа при изотермическом расширении - $A_T = 2\Delta U$. Применяя к этим процессам первый закон термодинамики, найдем количество теплоты, полученное от нагревателя

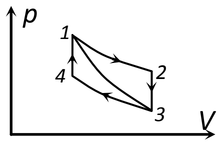
$$Q_н = Q_V + Q_T = \Delta U_V + A_T = 3\Delta U_T$$

Найдем работу газа за цикл. Очевидно, эта работа равна разности работы, совершенной газом при изотермическом расширении, и работы, совершенной над газом при изотермическом сжатии. А поскольку работа – это площадь под графиком зависимости давления от объема, а давление при изотермическом сжатии в T_1 / T_2 раз меньше давления при изотермическом расширении, то работа газа за цикл равна

$$A = A_T - \frac{T_2}{T_1} A_T = \frac{A_T \left(T_1 - T_2\right)}{T_1} = \frac{2\Delta U \left(T_1 - T_2\right)}{T_1}$$

Отсюда находим КПД данного в условии цикла

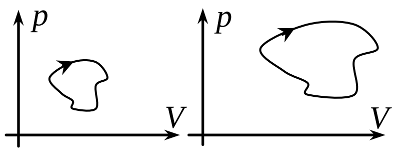
12. На рисунке представлены графики ряда циклических процессов, проходящих с идеальным газом. Процессы 1-2 и 3-4 изотермические, 2-3 и 4-1 - изохорические, 1-3 - адиабатический. Известно, что кпд циклического процесса 1-2-3-1 равен η_1, а температура газа на «верхней» изотерме вдвое больше температуры газа на «нижней» изотерме. Найти кпд цикла 1-2-3-4-1. Ответ обосновать.



13. Найти КПД цикла, состоящего из двух изотерм и двух изохор, если КПД цикла Карно с нагревателем с температурой «верхней» изотермы и холодильником с температурой «нижней» равен η, а изменение внутренней энергии газа при изохорическом нагревании вдвое меньше его работы при изотермическом расширении. Рабочее тело цикла – идеальный газ.

$$\eta_1 = \frac{A}{Q_н} = \frac{2\Delta U\left(T_1 - T_2\right)}{3\Delta U T_1} = \frac{2\eta}{3}$$

14. С идеальным газом происходит процесс, график которого в координатах $p - V$ приведен на левом рисунке. КПД процесса равен η. Чему будет равен КПД процесса, проходящего через последовательность состояний, в каждом из которых давление в 2 раза, а объем в 3 раза больше давления и объема газа в первом процессе (правый рисунок). Ответ обосновать.



Решение. По определению КПД цикла есть отношение работы, совершенной газом за цикл, к количеству теплоты, полученному от нагревателя. Работа газа численно равна площади цикла. Очевидно, эта площадь увеличилась в 6 раз – в 3 раза увеличились «горизонтальные» размеры цикла, в 2 раза «вертикальные». Для нахождения количества теплоты, полученного от нагревателя, мысленно разобьем весь процесс на сумму процессов бесконечно малого изменения объема (элементарные процессы), найдем количество теплоты, полученное газом на каждом, просуммируем полученные количества.

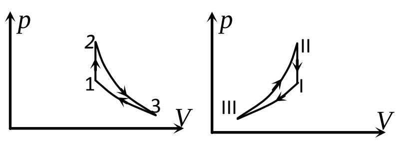
Поскольку «горизонтальные» размеры второго цикла в 3 раза больше «горизонтальных» размеров первого, второй процесс можно представить как совокупность процессов, в каждом из которых объем меняется на величину в три раза бо́льшую, чем в соответствующем процессе на первом цикле. Количество теплоты, полученное газом в каждом элементарном процессе δQ, можно найти, применяя к этому процессу первый закон термодинамики

$$\delta Q = \Delta U + \delta A$$

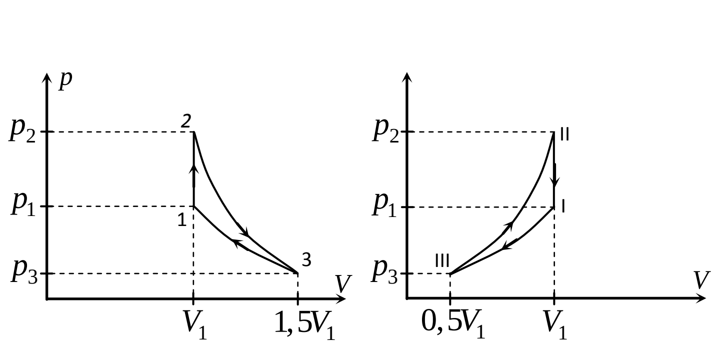
где ΔU и δA - изменение энергии газа в этом процессе. Но изменение энергии связано с изменением температуры, которое определяется произведением давления на объем и которое, следовательно, в 6 раз больше в любом элементарном процессе во втором цикле, чем в соответствующем элементарном процессе в первом. Аналогично работа газа в каждом элементарном процессе во втором цикле в 6 раз больше работы в соответствующем элементарном процессе в первом ($A = p\Delta V$, в три раза возросло давление, в два раза изменение объема). Поэтому и количество теплоты, полученное газом от нагревателя в течение всего второго цикла в шесть раз больше аналогичной величины в первом.

Итак, и работа, совершенная газом за цикл, и количество теплоты, полученное от нагревателя в течение цикла, во втором случае в шесть раз больше, чем в первом. А это значит, что КПД второго процесса равен КПД первого.

15. КПД процесса 1-2-3-1, состоящего из изохоры, адиабаты и изотермы (левый рисунок) равен η, объем газа возрастает в течение цикла в 1,5 раза. Найти КПД процесса III-II-I-III, состоящего из той же изохоры и двух процессов, графики которых получены из графиков процессов 2-3 и 3-1 отражением от вертикали (правый рисунок). Рабочее тело процесса – одноатомный идеальный газ. **Указание.** Считать, что давление и объем воздуха связаны в адиабатическом процессе соотношением $pV^k = const$, где $k > 1$ - известное число.



Решение. Пусть объем газа в состоянии 1 (и 2, и I, и II) равен V_1, давление в состояниях 1 и I равно p_1. Тогда объем в состоянии 3 равен



$1{,}5V_1$, в состоянии III - $0{,}5V_1$. Так как 1-3 – изотерма, то

$$p_3 = \frac{2}{3} p_1$$

Из уравнения адиабаты находим p_2

$$p_2 = \left(\frac{3}{2}\right)^{k-1} p_1$$

Из этих уравнений находим

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} = \frac{3}{2}\left(p_2 - p_1\right)V_1 = \frac{3}{2}\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{k-1} - 1\right)p_1 V_1$$

Поэтому КПД процесса 1-2-3-1 равен

$$\eta = \frac{A}{\frac{3}{2}\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{k-1} - 1\right)p_1 V_1}$$

где A - работа газа в течение цикла.

В процессе III-II-I-III газ совершает ту же работу, тепло от нагревателя получает в процессе III-II. Найдем это тепло. По первому закону термодинамики имеем

$$Q_{III-II} = \Delta U_{III-II} + A_{III-II}$$

Но работа газа в этом процессе такая же, как работа в процессе 2-3 (та же площадь под графиком). Поэтому

$$A_{III-II} = A_{2-3} = -\Delta U_{2-3} = \Delta U_{1-2} = \frac{3}{2}\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{k-1} - 1\right)p_1 V_1$$

$$\Delta U_{III-II} = \frac{3}{2}\left(p_2 V_1 - \frac{1}{2} p_3 V_1\right) = \frac{3}{2}\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{k-1} p_1 V_1 - \frac{1}{3} p_1 V_1\right) = \frac{3}{2}\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{k-1} - \frac{1}{3}\right)p_1 V_1$$

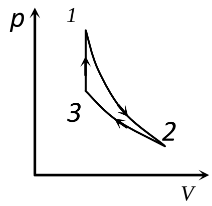
Отсюда

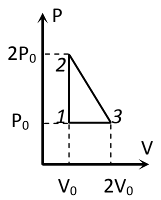
$$Q_{III-II}=\frac{3}{2}\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{k-1}-1\right)p_1V_1+\frac{3}{2}\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{k-1}-\frac{1}{3}\right)p_1V_1=\frac{6}{2}p_1V_1\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{k-1}-\frac{2}{3}\right)$$

Поэтому

$$\eta_1=\frac{A}{\frac{6}{2}p_1V_1\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{k-1}-\frac{2}{3}\right)}=\frac{\eta\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{k-1}-1\right)}{2\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{k-1}-\frac{2}{3}\right)}$$

16. Найти кпд тепловой машины, работающей с ν молями одноатомного идеального газа по циклу, состоящему из адиабаты 1-2, изотермы 2-3 и изохоры 3-1. Работа, совершенная над газом на участке 2-3 равна A, разность максимальной и минимальной температур в цикле равна ΔT.





17. С идеальным одноатомным газом происходит циклический процесс $1\to2\to3$, график которого в координатах $P-V$ приведен на рисунке. Найти коэффициент полезного действия этого процесса. Все необходимые величины даны на рисунке.

18. Два тела с теплоемкостями C и $2C$ имеют температуры $2T$ и T соответственно. Какая минимальная температура может установиться в этой системе, если тела использовать в качестве нагревателя и холодильника теплового двигателя, а произведенная механическая энергия будет «уходить» из системы? Других потерь энергии нет.

Задачи по истории термодинамики

14.1-14.8. Целый ряд законов физики имеет «нумерацию» - 1-й, 2-й и 3-й законы Ньютона, законы электролиза Фарадея, законы фотоэффекта и ряд других. Как правило, эти законы открывались одновременно (или почти одновременно) и «структурировались» автором по номерам, чтобы охватить различные направления данного раздела физики. Однако были «номерные» законы физики, которые, во-первых, были установлены в разное время, независимо друг от друга, и не в той «последовательности» (не соответствующей их дальнейшей нумерации). Ниже указана последовательность открытия двух таких законов; жирными прописными латинскими буквами зашифрованы фамилии физиков, их открывавших. В правый столбец таблицы впишите номер, соответствующий первооткрывателю, из приведенного ниже списка (который содержит и несколько «лишних» фамилий).

1824 г. **X,** первая публикация, сформулирован закон (без названия), который в будущем будет назван «вторым».

1824-1834 г. – Первая работа не замечена научной общественностью.

1834 г. **Y,** вторая публикация, повторение выводов первой работы. Их развитие. Также заново сформулирован закон (без названия), который в будущем будет назван «вторым».

1834-1845 г. Вторая работа не замечена научной общественностью.

1845 г. **Z,** комментарии к первым двум работам. Их развитие. Другая формулировка закона (без названия), который в будущем будет назван «вторым». Впоследствии «дворянское имя» **Z** даст название единицам измерения физической величины.

1850 г. **W**, комментарии к первым трем работам. Их развитие. Другая формулировка закона (без названия), который в будущем будет назван «вторым». Введение новой физической величины, вольный перевод названия которой с греческого – «путь энергии».

1855 г. **A, B, C** – Почти одновременное открытие закона (без названия) на разных основаниях: **A** – физических, **B** – медицинских, **C** – физиологических. В будущем этот закон будет назван «первым».

1860 г. **W,** сведение двух законов в единую систему. Введение «нумерации» и название для этих законов.

1870 г. **X,** посмертная публикация архивов, относящихся к 1820-1830 гг. Точные формулировки и первого, и второго законов.

Конец 19 века. **D** – установление физического смысла второго закона и «пути энергии».

Конец 19 века – до настоящего времени. «Триумфальное шествие» первого и второго законов.

14.1	14.2	14.3	14.4	14.5	14.6	14.7	14.8
X	**Y**	**Z**	**W**	**A**	**B**	**C**	**D**

1. Юлиус Майер
2. Людвиг Больцман
3. Сади Карно
4. Антуан Лавуазье
5. Бенуа Клапейрон
6. Майкл Фарадей
7. Уильям Томсон
8. Рудольф Клаузиус

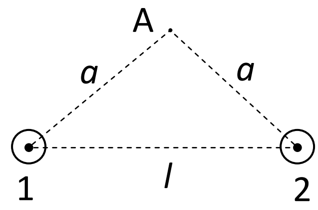
9. Джеймс Максвелл
10. Герман Гельмгольц
11. Джеймс Джоуль
12. Франсуа Араго
13. Михаил Ломоносов

МАГНИТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

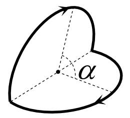
1. Общие принципы

Магнитные взаимодействия, история, Гильберт, Эрстед, Ампер, Био-Савар-Лаплас. Магнитная индукция. Принцип суперпозиции. Для кольца в центре. Прямого провода. Соленоида. Примеры. Сила Ампера. Сила Лоренца. Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца. Индуктивность. Примеры.

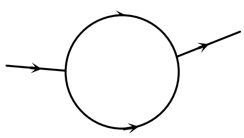
2. Задачи



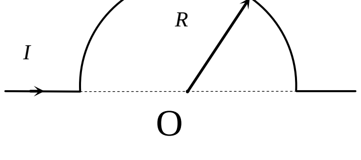
1. По двум прямым очень длинным и параллельным проводам текут одинаково направленные токи одинаковой силы I. Расстояние между проводами l. Найти магнитную индукцию в точке А, расположенной на одинаковых расстояниях a от проводов (см. рисунок; на рисунке провода расположены перпендикулярно плоскости чертежа, токи текут "на нас"). Во сколько раз изменится величина вектора магнитной индукции в точке А, если изменить направление одного из токов на противоположное?

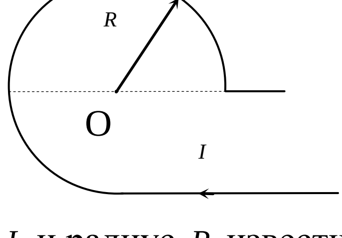


2. Во сколько раз изменится индукция магнитного поля в центре кольца с током, если согнуть кольцо по диаметру под углом α? Ток в кольце не меняется.



3. К двум произвольным точкам проволочного кольца подведены идущие вдоль радиусов кольца провода, соединенные с удаленным источником тока. Доказать, что магнитная индукция в центре кольца равна нулю.



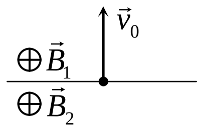


4. Определить магнитную индукцию в точке О, если проводники имеют вид, показанный на рисунках. Ток I и радиус R известны.

5. В однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ влетает частица с массой m, заряженная положительным зарядом q. Начальная скорость частицы $\vec{v}_0$ направлена под углом α к линиям магнитной индукции. По какой траектории движется частица? Как изменяется в процессе движения в поле ее скорость? Что изменится, если частица будет заряжена отрицательно?

6. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 104$ В и влетела в область взаимно перпендикулярных однородных электрического и магнитного полей. Напряженность электрического поля $E = 10$ кВ/м, а индукция магнитного поля $B = 0{,}1$ Тл. Найдите отношение заряда альфа-частицы к ее массе, если она движется равномерно и прямолинейно.

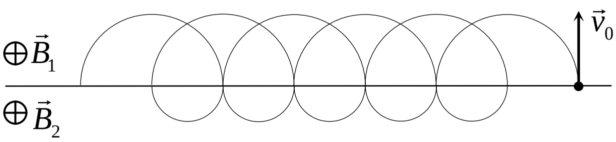
7. В двух полупространствах созданы однородные магнитные поля с индукциями $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ ($B_2 = 2B_1$), векторы которых параллельны. Частица с зарядом q и массой m находится на границе раздела полей и имеет скорость $\vec{v}_0$, направленную перпендикулярно границе раздела. Найти среднюю скорость смещения частицы вдоль границы раздела полей за большое время.



Решение. В верхнем и нижнем полупространствах частица будет двигаться по полуокружности с постоянной скоростью. Однако из-за неодинаковости индукций магнитного поля радиусы этих окружностей

$$R = \frac{mv_0}{qB}$$

будут различными, причем радиус окружности в верхнем полупространстве R_1 будет вдвое больше радиуса окружности в нижнем R_2 (см. рисунок). Поэтому за период частица сдвинется вдоль границы раздела полупространств на расстояние



$$\Delta x = 2\left(R_1 - R_2\right) = \frac{2mv_0\left(B_2 - B_1\right)}{qB_1B_2}$$

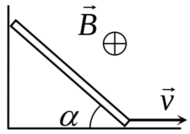
За время

$$t = \frac{\pi R_1}{v_0} + \frac{\pi R_2}{v_0} = \frac{\pi\left(R_1 + R_2\right)}{v_0} = \frac{\pi m\left(B_2 + B_1\right)}{qB_1B_2}$$

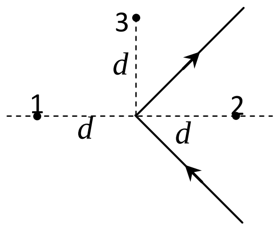
Поэтому средняя за время одного прохождения частицы по двум полупространствам скорость частицы (или за большое время, включающее в себя много таких прохождений) будет равна

$$v_{cp} = \frac{\Delta x}{t} = \frac{2v_0\left(B_2 - B_1\right)}{\pi\left(B_2 + B_1\right)} = \frac{2v_0}{3\pi}$$

8. Равномерно заряженная положительным зарядом q тонкая палочка движется так, что ее нижний конец скользит по горизонтальной опоре с постоянной скоростью v, верхний - по вертикальной стенке (см. рисунок). Палочка находится в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, направленном горизонтально и параллельно границе между стенкой и опорой. С какой силой поле действует на палочку в тот момент, когда угол между ней и опорой равен α?



9. Бесконечный провод, по которому течет ток I, изогнут под прямым углом. Индукция магнитного поля провода в точке 1, лежащей на продолжении биссектрисы угла, образованного проводом, на некотором расстоянии d от угла равна B_1 (см. рисунок). Индукция магнитного поля провода в точке 3, лежащей на перпендикуляре к биссектрисе угла, образованного проводом, на том же расстоянии от угла, равна B_3. Найти индукцию магнитного поля в точке 2, лежащей на биссектрисе угла, образованного проводом, на том же расстоянии от угла.



Решение. Очевидно, во всех трех точках магнитное поле создается двумя проводами, которые по отношению к этим точкам расположены так, как это показано либо на рис. 1а, либо на рис. 1б (с одним и тем же расстоянием d от конца провода до всех точек).

Рис. 1.

Пусть в случае, показанном на рис. 1а, провод создает в т. О магнитное поле с индукцией $B_{(a)}$, в случае 1б – магнитное поле с индукцией $B_{(б)}$. Как видно из рисунка в условии задачи, в точке 1 поле создается двумя проводами, расположенными так, как это показано на рис. 1а, причем из правила буравчика следует, что созданные ими магнитные поля складываются. Поэтому

$$B_1 = 2B_{(a)} \tag{3}$$

В точке 3 (см. рисунок в условии) поле создается двумя проводами, один из которых расположен как на рис. 1а, второй – как на рис. 1б, причем их индукции направлены по-разному, и потому вычитаются

$$B_3 = B_{(б)} - B_{(a)} \tag{4}$$

Аналогично

$$B_2 = 2B_{(б)} \tag{5}$$

Комбинируя (3)-(5), получаем

$$B_2 = 2B_3 + B_1$$

10. Очень длинный провод, по которому течет постоянный ток, согнут под прямым углом (рис. 1). Известно, что индукция магнитного поля в точках, расположенных на биссектрисе угла, образованного проводом, на некотором расстоянии l от вершины вне и внутри этого угла (в точках 1 и 2 на рис. 1) равна соответственно B_1 и B_2. Найти индукцию магнитного поля в точке 3, если провод изогнут так, как показано на рис.2, и по нему течет тот же ток. Углы MAB, ABC и BCN - прямые, AB=l, BC=$2l$, все провода лежат в одной плоскости. Точка 3 лежит на продолжении прямой MA на расстоянии l от точки A (рис. 2).

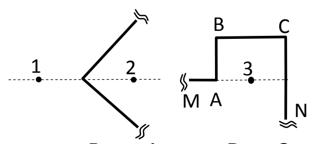
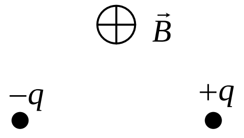


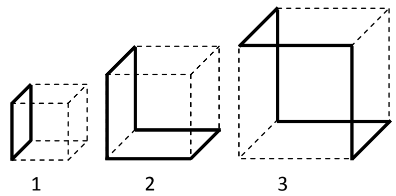
Рис. 1 Рис.2

11. Электрическая цепь образована проводами, расположенными вдоль четырех ребер куба. К цепи приложили напряжение, и в центре куба возникло магнитное поле с индукцией B. Чему равна индукция магнитного поля в центре куба, если то же напряжение приложить к электрической цепи, образованной такими же проводами, расположенными вдоль пяти ребер куба с вдвое большим ребром? Поле подводящих проводов не учитывать.

12. Две частицы с одинаковыми массами m и зарядами q и $-q$ удерживают на расстоянии l друг от друга в однородном магнитном поле, которое перпендикулярно отрезку, соединяющему частицы. Частицы отпускают. Найти минимальное расстояние между частицами в процессе последующего движения, если известно, что величина индукции магнитного поля в два раза больше того минимального значения, при котором частицы не сталкиваются?

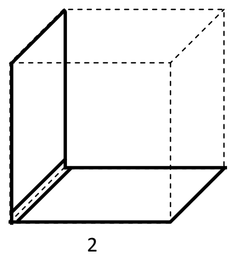


5. Виток тонкого провода, изогнутого вдоль четырех ребер куба (рис. 1), обладает индуктивностью L_1. Виток провода, изогнутого вдоль шести ребер вдвое большего куба (рис. 2), обладает индуктивностью L_2. Найти индуктивность витка провода, изогнутого вдоль шести ребер куба, втрое большего первого (рис. 3).



Решение. Из определения индуктивности получаем, что если через первый контур (рис. 1 в условии) протекает ток I, поток магнитного поля через контур равен

$$\Phi_1 = L_1 I \tag{1}$$



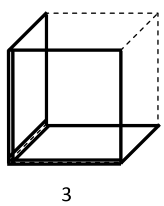
Если во второй контур (рис. 2 условия) мысленно ввести два новых провода с текущими навстречу токами так как показано на рисунке, то с одной стороны, распределение магнитного поля в пространстве не изменится (так как новых токов не возникло), а с другой данный на рисунке 2 контур можно представить как два контура, данных на рисунке 1. Поэтому поток магнитного поля через второй контур $\Phi_2 = L_2 I$ будет складываться из двух потоков поля квадратных контуров через сами эти контуры Φ_1 и двух потоков поля контура через соседний квадратный контур Φ_{12}:

$$\Phi_2 = L_2 I = 2\Phi_1 + 2\Phi_{12} = 2L_1 I + 2\Phi_{12}$$

Отсюда получаем

$$\Phi_{12} = \left(\frac{L_2}{2} - L_1\right) I \tag{2}$$

Контур, данный на рисунке 3 в условии можно представить, как три квадратных контура так, как показано на рисунке с помощью

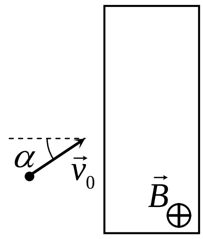


введения шести дополнительных проводов, при этом распределение поля в пространстве не изменяется. Поэтому поток Φ_3 магнитного поля через этот контур есть

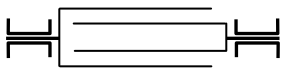
$$\Phi_3 = 3\Phi_1 + 6\Phi_{12} = 3L_1 I + 6\Phi_{12}$$

Используя здесь формулу (2) и учитывая, что по определению $\Phi_3 = L_3 I$, где L_3 - искомая индуктивность третьего контура, получим

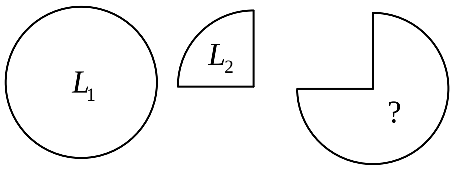
$$L_3 = 3(L_2 - L_1)$$



5. Диэлектрический слой толщиной l равномерно заряжен положительным зарядом с плотностью ρ. Слой помещен в однородное магнитное поле, параллельное слою. На слой со скоростью v_0 под углом α к слою и перпендикулярно магнитной индукции налетает частица с зарядом $-q$ ($q>0$). При какой величине магнитной индукции максимальная глубина погружения частицы в слой будет равна $3l/4$? Считать, что диэлектрическая проницаемость слоя ε=1, толщина слоя много меньше его размеров, и слой не оказывает механического сопротивления движению частицы.

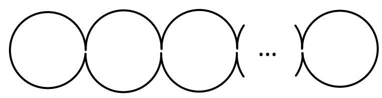


5. Два длинных тонкостенных непроводящих цилиндра могут свободно вращаться вокруг общей оси так, как показано на рисунке. Радиус внешнего цилиндра вдвое больше радиуса внутреннего. Цилиндры равномерно заряжены по поверхности зарядами одного знака, причем поверхностная плотность зарядов внешнего втрое больше поверхностной плотности внутреннего. Внешний цилиндр раскручивают до угловой скорости ω. Найти угловую скорость внутреннего. Считать, что цилиндры имеют пренебрежимо малую массу. Ответ обосновать.

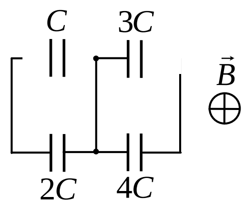


5. Индуктивность кольца известна и равна L_1. Индуктивность контура, представляющего собой сектор кольца того же радиуса, опирающийся на угол $\pi/2$, также известна и равна L_2. Найти индуктивность контура, представляющего сектор кольца того же радиуса, опирающийся на угол $3\pi/2$.

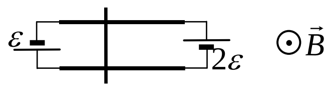
5. Электрическая цепь состоит из очень большого числа n одинаковых незамкнутых «колец», расположенных в одной плоскости. Центры колец лежат на одной прямой (см. рисунок). Индуктивность цепи равна L. Если количество колец увеличить на единицу, то индуктивность цепи станет равна L_1. Найти индуктивность цепи, состоящей из $n+k$ колец.



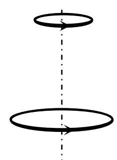
5. Контур в форме квадрата со стороной a имеет проводящую перемычку, делящую квадрат пополам. В левую и правую половины контура включены конденсаторы с емкостями C, $2C$ и $3C$, $4C$ (см. рисунок). Контур помещен в однородное магнитное поле, перпендикулярное его плоскости и квадратично возрастающее со временем $B(t)=\alpha t^2$, где α - известная постоянная. Какой заряд протечет по перемычке к моменту времени τ?



5. Параллельные горизонтальные рельсы длиной L и с сопротивлением единицы длины ρ закреплены параллельно друг другу на расстоянии вдвое меньшем их длины. К концам рельс присоединены две батареи: одна с эдс ε, вторая – с эдс 2ε. На рельсы кладут перемычку с массой m, которая может скользить вдоль рельсов. Вся система находится в вертикальном магнитном поле с индукцией B (см. рисунок, вид сверху). На каком расстоянии от левого края рельсов находиться положение равновесия перемычки? Найти период малых колебаний перемычки около положения равновесия. Трением, сопротивлением перемычки, источников и проводов, а также индуктивностью цепи пренебречь.

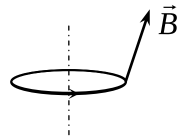


5. Имеется два кольца с радиусами R и $2R$, плоскости которых параллельны друг другу. Кольца расположены на очень большом расстоянии d друг от друга так, что их центры лежат на одной прямой, перпендикулярной плоскости колец. В кольцах текут одинаковые токи I. Найти силу взаимодействия колец.



Решение. Найдем индукцию магнитного поля, созданного кольцом радиуса $2R$ в области второго кольца, а затем по закону Ампера найдем силу взаимодействия колец.

Индукция магнитного поля кольца на его оси направлена вдоль оси, а в точках, расположенных на некотором расстоянии от оси (т.е. в области второго кольца) под некоторым углом к оси (см. рисунок).



Используя далее, закон взаимодействия магнитного поля и тока (закон Ампера), заключаем, что суммарная сила Ампера, действующая на кольцо радиуса R со стороны магнитного поля второго кольца, направлена вдоль оси колец и определяется составляющей вектора $\vec{B}$, направленной перпендикулярно оси

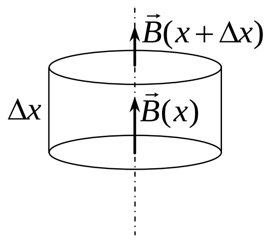
$$F = 2\pi RIB_{\perp} \tag{1}$$

где $B_{\perp}$ - составляющая вектора индукции, перпендикулярная оси кольца. Найдем $B_{\perp}$.

Используем известное выражение для индукции магнитного поля кольца на его оси на расстоянии x от его плоскости

$$B = \frac{\mu_0}{2}\frac{I\left(2R\right)^2}{\left(\left(2R\right)^2 + x^2\right)^{3/2}} \tag{2}$$

где I - ток в кольце, $2R$ - его радиус. Рассмотрим вспомогательную цилиндрическую поверхность соосную оси кольца, с радиусом, равным радиусу второго кольца R, и малой высотой Δx (см. рисунок).



Т.к. величина индукции на оси кольца уменьшается с ростом расстояния от кольца, то поток вектора магнитной индукции через верхнее основание цилиндрической поверхности меньше потока через нижнее. А поскольку поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю (отсутствуют магнитные заряды), то разница потоков через основания

$$\Delta\Phi = \pi R^2\left(B\left(x\right) - B\left(x + \Delta x\right)\right) \tag{3}$$

(πR^2 - площадь оснований цилиндра) равна потоку вектора магнитной индукции через боковую поверхность цилиндра

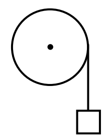
$$\Delta\Phi = B_{\perp} 2\pi R\Delta x \tag{4}$$

где $2\pi R\Delta x$ - площадь его боковой поверхности. Из формул (3), (4) находим

$$B_{\perp} = -\frac{R}{2}\frac{\left(B\left(x+\Delta x\right)-B\left(x\right)\right)}{\Delta x} \quad (5)$$

Т.к. Δx мало, то выражение (5) сводится к производной величины индукции на оси кольца (2) по x. Дифференцируя функцию (2), находим по формулам (5), (1) в пределе $x \gg R$

$$F = 6\pi\mu_0 \frac{I^2R^4}{x^4}.$$



5. Длинный тонкостенный диэлектрический цилиндр массой m, радиуса R и длины l расположен горизонтально и может вращаться вокруг своей оси. Цилиндр заряжен зарядом Q. На цилиндр намотана нить, ко второму концу которой привязан груз массой $m/2$. Груз отпускают. С учетом явления самоиндукции найти ускорение груза.

Решение. Вращение заряженного цилиндра эквивалентно кольцевому току. Силу такого тока найдем как отношение заряда, прошедшего через сечение боковой поверхности цилиндра, к соответствующему интервалу времени. Поскольку за время Δt через сечение пройдет заряд $\Delta q = \sigma v \Delta t l$, где v - скорость вращения цилиндра в этот момент, то

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \sigma v l$$

Магнитное поле соленоида, в котором течет ток I, и на единицу длины приходится число витков n есть $\mu_0 n I = \mu_0 I_l$, где I_l - ток, текущий через единицу длины соленоида. Поэтому внутри нашего цилиндра возникнет следующее магнитное поле

$$B = \mu_0 \sigma v$$

Это поле создает следующий магнитный поток через цилиндр

$$\Phi = \pi R^2 \mu_0 \sigma v$$

И, следовательно, при изменении скорости вращения цилиндра (при разгоне груза) возникает ЭДС индукции

$$\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \pi R^2 \mu_0 \sigma \frac{\Delta v}{\Delta t} = \pi R^2 \mu_0 \sigma a \qquad (1)$$

которая согласно правилу Ленца будет препятствовать ускорению зарядов цилиндра, а поскольку цилиндр диэлектрический, будет препятствовать его разгону. (В формуле (1) a - ускорение цилиндра). Поскольку ЭДС индукции есть работа вихревого электрического поля над единичным зарядом при его кольцевом перемещении, из (1) можно найти напряженность вихревого электрического поля E. Используя осевую симметрию задачи, имеем

$$2\pi RE = \varepsilon = \pi R^2 \mu_0 \sigma a \qquad \Rightarrow \qquad E = \mu_0 \sigma R a$$

Теперь можно записать второй закон Ньютона для тела и цилиндра

$$\begin{aligned} (m/2)a &= mg - T \\ ma &= T - QE \end{aligned}$$

где $Q = 2\pi Rl\sigma$ - заряд цилиндра. Складывая эти уравнения и подставляя напряженность вихревого поля и заряд цилиндра, получим

$$3ma/2 = mg - 2\pi\mu_0\sigma^2 R^2 la$$

Откуда найдем

$$a = \frac{mg}{3m/2 + 2\pi\mu_0\sigma^2 R^2 l}$$