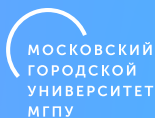




МОСКОВСКОЕ
ОБРАЗОВАНИЕ



МОСКОВСКИЙ
ГОРОДСКОЙ
УНИВЕРСИТЕТ
МГПУ

ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ
ПРОФИЛЬНОГО
ОБУЧЕНИЯ



Предпринимательский класс
в московской школе

«Предпринимательский класс в московской школе»

Сборник практико-ориентированных задач по математике (углубленный уровень)

10–11 классы

Москва, 2025

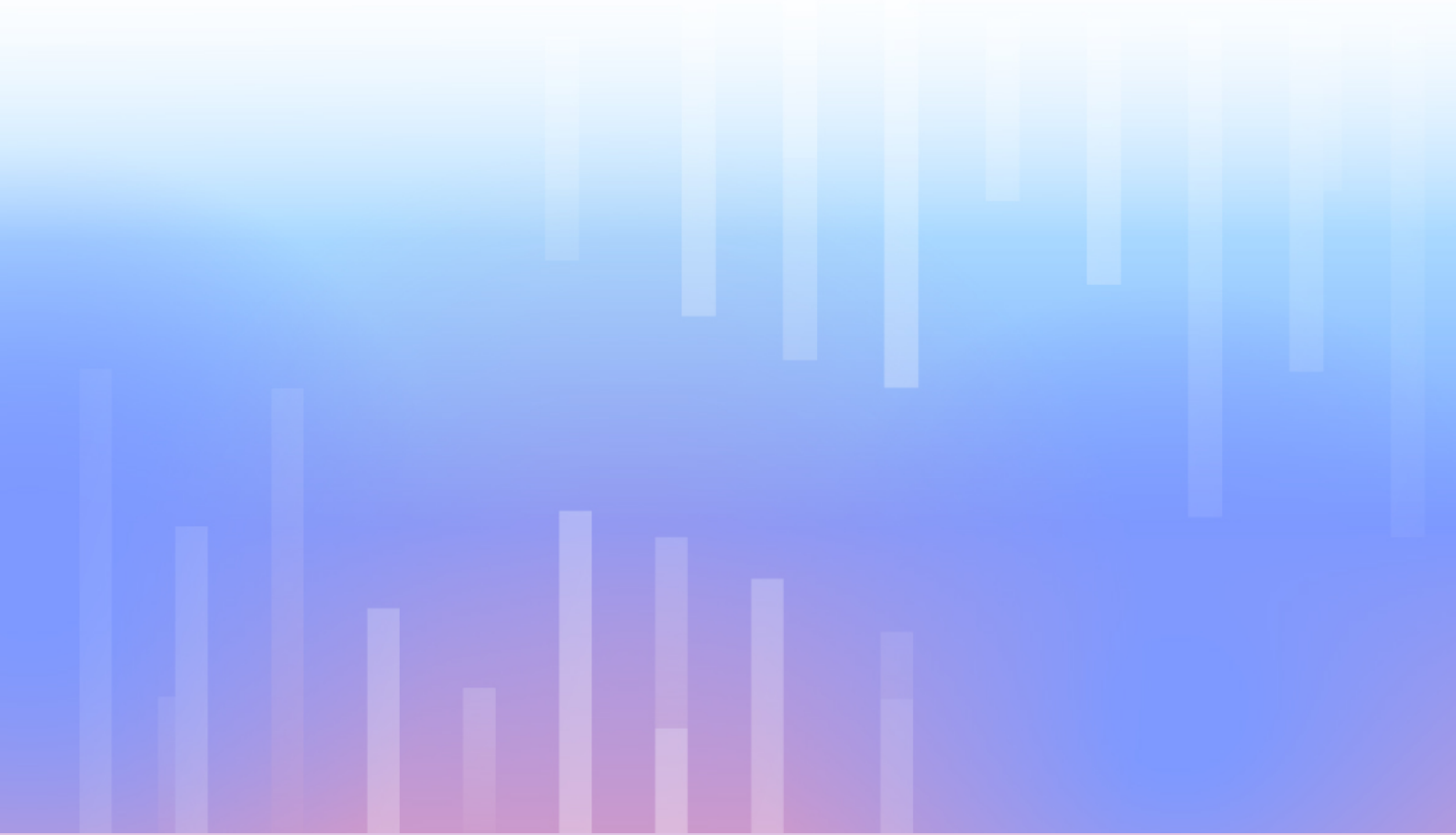


Швец Е. В.

Сборник практико-ориентированных задач по математике (углубленный уровень).
10–11-е классы. — Москва: ИРПО ГАОУ ВО МГПУ, 2025. — 25 с.

Аннотация

Предлагаемое учебное пособие разработано для обучающихся 10–11-х классов проекта «Предпринимательский класс в московской школе», изучающих математику на углубленном уровне. В пособие включены практико-ориентированные задачи с математическими моделями реальных ситуаций из экономики и бизнеса. В трех разделах приведены задачи, направленные на отработку математических навыков и расширение знаний в области исследования бизнес-ситуаций.



Математика для предпринимателей	4
Управление финансами: вклады, кредиты, налоги	5
Применение функций для решения экономических задач	12
Математическая статистика в бизнес-аналитике	15
Заключение	19
Ответы	20
Список литературы	23

Подготовка обучающихся предпринимательских классов по математике ориентирована на высокие результаты единого государственного экзамена по профильным предметам, формирование коммерческого мышления, повышение мотивации к выбору будущей профессии из области экономики и бизнеса.

Согласно Концепции развития математического образования в Российской Федерации, утвержденной распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 года № 2506-р, изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин. Качественное математическое образование необходимо каждому для успешной жизни в современном обществе. Успех нашей страны в XXI веке, эффективность использования природных ресурсов, развитие экономики, обороноспособность, создание современных технологий зависят от уровня математической науки, математического образования и математической грамотности всего населения, от эффективного использования современных математических методов. Без высокого уровня математического образования невозможны выполнение поставленной задачи по созданию инновационной экономики, реализация долгосрочных целей и задач социально-экономического развития Российской Федерации.

Комплексный план мероприятий по повышению качества математического и естественно-научного образования на период до 2030 года, утвержденный Правительством РФ 19 ноября 2024 года, предусматривает развитие и модернизацию содержания углубленного и профильного курсов математики, разработку новых пособий.

Пособие предназначено для поддержки курса математики (углубленный уровень) в 10–11-х классах и включает три раздела. В каждом разделе дается в наглядном виде краткий теоретический материал, необходимый для решения задач. Содержание заданий соответствует математическим моделям из экономики и бизнеса. Предлагаемые задачи могут использоваться как дополнительный материал на уроках, на курсах по математике вариативной части учебного плана, во внеурочной деятельности и при самостоятельном обучении.

В настоящее время понятие «коммерческое мышление» («бизнес-мышление») активно используется бизнес-тренерами, имеет различные определения и относится к числу гибких навыков предпринимателя. Швейцарский исследователь бизнеса, сооснователь консалтинговой компании Strategyzer Александр Остервальдер приравнивает бизнес-мышление к деловому подходу. К характеристикам делового подхода он относит, например, принятие окончательных решений, основанных на данных, и проверку идей с помощью исследований. Человек с хорошо развитым бизнес-мышлением ориентирован на реализацию целей и достижение успеха.

Исследование математических моделей и решение практико-ориентированных задач из сборника будут способствовать развитию математической самостоятельности обучающихся и их уверенности в себе.

Государственное планирование, прогнозирование в экономике и инвестировании, возможность предсказать вероятность наступления конкретных экономических событий и других бизнес-процессов обращает нас к математике. Управление финансами представляет собой набор методов и процессов перераспределения финансовых ресурсов между субъектами финансовой системы, деятельность по привлечению и эффективному использованию финансовых ресурсов.

Банковский вклад (депозит) — это сумма денежных средств, которую вкладчик на определенное время отдает на хранение в банк. Пока деньги у банка, он может ими распоряжаться, и за эту возможность банки по окончании срока действия депозита готовы заплатить вкладчику, а именно вернуть вложенные деньги с процентами. Для решения задач мы будем использовать еще несколько знакомых понятий.

Срок вклада — период времени, на который деньги передаются в банк на хранение. Вклад может быть срочным (определен конкретный период хранения денег в банке) или бессрочным (до востребования).

Процентная ставка по вкладу — это процент от суммы вклада, который банк начисляет клиенту раз в год, квартал или месяц. Ставка может быть фиксированной или расти с суммой на счете. Процент по депозиту зависит от ключевой ставки Центрального банка Российской Федерации (ЦБ РФ) — это минимальный процент, под который Центральный банк может выдать кредит финансовой организации. При росте ключевой ставки банку выгоднее занимать деньги у населения и бизнеса. Получив кредит у ЦБ РФ, коммерческие банки выдают заемщикам кредит под собственный, более высокий процент. На начало 2025 года ключевая ставка составляла 21 %.

Кредит (лат. *creditum* — «заем» от лат. *credere* — «доверять») — это экономические отношения, при которых одна сторона получает от другой денежные средства или товары и обещает (обязуется) предоставить возмещение (оплату) или вернуть ресурсы в будущем. Банковский кредит — это деньги, которые клиент берет у банка в пользование и возвращает с процентами в установленный срок. **Проценты по кредиту** — это плата за пользование деньгами банка. При беспроцентном кредите ставка равна нулю. **Кредитор** — банк или другая кредитная организация, предоставляющая кредит. Пользователь кредита — **заемщик**.

В соответствии с Налоговым кодексом Российской Федерации под **налогом** понимается обязательный, индивидуально безвозмездный платеж, взимаемый с организаций и физических лиц в форме отчуждения принадлежащих им на праве собственности, хозяйственного ведения или оперативного управления денежных средств в целях финансового обеспечения деятельности государства и (или) муниципальных образований.

Плата по вкладу, кредиту и налогам исчисляется в процентах. Процент — одна сотая часть, используется для обозначения доли чего-либо по отношению к целому. Слово «процент» происходит от латинского слова *per centum*, которое переводится как «за сотню» или «со ста». Есть два вида процентов доходности — простые и сложные. Простой процент начисляется только на начальную сумму вклада (тело депозита). Сложный процент (капитализация процентов) — это проценты с процентов, или начисление на тело депозита и накопленные проценты. Формула вычисления сложного процента: $A = P(1 + \frac{i}{100})^n$, где A — общая сумма, P — основной капитал, i — процентная ставка, n — число временных периодов (дней, месяцев, кварталов, лет).

Согласно законодательству Российской Федерации, применение сложных процентов в кредитном договоре является нарушением прав потребителей и за нарушение предусмотрена административная ответственность.

При погашении кредита существует две модели: дифференцированная и аннуитетная.

Аннуитёт (от фр. annuité — «годовой»), или **финансовая рента**, — график погашения кредита. Выплаты по аннуитету осуществляются равными суммами через равные промежутки времени. Сумма аннуитетного платежа включает в себя и основной долг, и процент за пользование кредитом. Рассчитывается платеж по формуле: $A = S \frac{r(1 + r)^n}{(1 + r)^n - 1}$, где A — величина аннуитетного платежа, S — сумма долга, r — процентная ставка за период, а n — количество платежей. Формула аннуитетного платежа выведена из формулы суммы n первых членов геометрической прогрессии.

При дифференцированной схеме оплачивается долг в равных частях, как правило, ежемесячно, а процент начисляется на остаток долга. Преимущество дифференцированной схемы состоит в экономии на процентах, однако первоначальные платежи могут быть достаточно большими. В примерах рассмотрим эту модель наглядно.

Важно отметить, что за просроченную задолженность по кредиту (неисполнение обязательств в срок) договором устанавливаются пени и штрафы. Пеня — динамическая величина, которая начисляется за каждый установленный период просрочки (час, день, месяц и т. д.) и может составлять, например, 0,1 % от суммы задолженности. Штраф начисляется за нарушение обязательств по договору, применяется после истечения срока и не превышает 20 % годовых от суммы просроченной задолженности. После истечения 90 дней кредитная организация взыскивает долг в судебном порядке.

Для решения задач приведем сравнение по налогам для трех категорий плательщиков: самозанятый, индивидуальный предприниматель (ИП), общество с ограниченной ответственностью (ООО). Законодательно определение самозанятого не установлено. К этой категории относятся граждане, получающие доход от профессиональной деятельности, не имеющие работодателя и наемных работников.

Физические лица		Юридические лица		
	Индивидуальный предприниматель		ООО	
Налог на профессиональный доход	Годовой доход 60 000 000 — 250 000 000 руб.	Годовой доход 250 000 000 — 450 000 000 руб.	Годовой доход 60 000 000 — 250 000 000 руб.	Годовой доход 250 000 000 — 450 000 000 руб.
4 %	Упрощенная система налогообложения «Доходы»			
Оплата ежемесячно	6 % с доходов + НДС 5 % или 20 %	6 % с доходов + НДС 7 % или 20 %	6 % с доходов + НДС 5 % или 20 %	6 % с доходов + НДС 7 % или 20 %
Государством предоставляется бонус 10 000 руб. на оплату налога	Упрощенная система налогообложения «Доходы минус расходы»			
Доход не должен превышать в год 2 400 000 руб.	5 % с прибыли + НДС 5 % или 20 %	15 % с прибыли + НДС 7 % или 20 %	15 % с прибыли + НДС 5 % или 20 %	15 % с прибыли + НДС 7 % или 20 %
Вид деятельности и условия ее осуществления не входят в перечень исключений ст. 4 и 6 Федерального закона от 27.11.2018 № 422-ФЗ	Общая система налогообложения — вид налогообложения, при котором организациями в полном объеме ведется бухгалтерский учет и уплачиваются все общие налоги: НДС, налог на прибыль организаций, налог на имущество организаций			

Специальный налоговый режим с 2019 года на 10 лет, простая регистрация, нет отчетности	От 13 % НДФЛ + НДС 20 %	От 13 % НДФЛ + НДС 20 %	20 % налога на прибыль + НДС 20 %	20 % налога на прибыль + НДС 20 %
Примеры деятельности: продажа товаров собственного производства (не требующих обязательной маркировки «Честный знак»), проведение строительных работ и ремонта, оказание услуг (косметические на дому, образование, организация мероприятий, фото- и видеосъемка, перевозка пассажиров и грузов, юридические консультации, бухгалтерия и др.), предоставление жилой недвижимости в аренду	При доходе до 60 000 000 руб. в год			
	Упрощенная система налогообложения «Доходы» — 6 %			
	Упрощенная система налогообложения «Доходы минус расходы» — 15 %			

Корректные и безошибочные расчеты в управлении финансами помогут предпринимателю не только избежать нарушения законодательства, но и увеличить доход.

Пример 1. Василий решил открыть магазин цветов без кредитования и в январе 2018 года положил на депозит до востребования в банк 300 000 руб. с капитализацией раз в год под 12,5 %. Сможет ли Василий открыть цветочный магазин, если он снимет со счета деньги в июле 2025 года? Первоначальные затраты составляют 1,2 млн руб.

Решение. С января 2018 года по июнь 2025 года увеличение депозита будет выполнено 7 раз.

$$A = 300\,000 \cdot \left(1 + \frac{12,5}{100}\right)^7, A = 684\,209,2 \text{ (руб.)}$$

Ответ: в 2025 году Василий магазин не откроет.

Пример 2. Мария взяла в банке кредит на открытие школы танцев 1 000 000 руб. под 24 % годовых. Мария вернула деньги в банк аннуитетными платежами через полгода. Определите размер аннуитетного платежа и общую сумму денег, которую Мария внесла в банк.

Решение. Процентная ставка за период $r = 24/12$, $r = 2\% = 0,02$. За полгода погашение кредита осуществляется 6 раз.

$$A = 1\,000\,000 \cdot \frac{0,02(1 + 0,02)^6}{(1 + 0,02)^6 - 1}, A = 1\,000\,000 \cdot \frac{0,02 \cdot 1,126}{1,126 - 1}, A = 178\,525,81 \text{ (руб.)}$$

$$\text{Общая сумма: } 178\,525,81 \cdot 6 = 1\,071\,154,87 \text{ (руб.)}$$

Рассмотрим математическую модель данной задачи. Пусть кредит равен A руб., а ежемесячный платеж — x руб., тогда:

Месяц	Кредит	Ставка % в месяц	Долг с %	Платеж в месяц	Остаток
1	A	2 %	$1,02A$	x	$1,02A - x$
2	$1,02A - x$	2 %	$1,04A - 1,02x$	x	$1,04A - 2,02x$
3	$1,04A - 2,02x$	2 %	$1,061A - 2,06x$	x	$1,061A - 3,06x$

4	1,061A – 3,06x	2 %	1,082A – 3,121x	x	1,082A – 4,121x
5	1,082A – 4,121x	2 %	1,104A – 4,203x	x	1,104A – 5,203x
6	1,104A – 5,203x	2 %	1,126A – 5,307x	x	0

Составим уравнение: $1,126A - 6,307x = 0$.

Если $A = 1\,000\,000$ (руб.), $x = 178\,500,66$.

Незначительная погрешность связана с округлением чисел.

Заполним таблицу, подставим значение кредита $A = 1\,000\,000$.

Месяц	Кредит	Ставка % в месяц	Долг с %	Платеж в месяц	Остаток
1	1 000 000	2 %	1 020 000	x	1 020 000 – x
2	1 020 000 – x	2 %	1 040 000 – 1,02x	x	1 040 000 – 2,02x
3	1 040 000 – 2,02x	2 %	1 061 000 – 2,06x	x	1 061 000 – 3,06x
4	1 061 000 – 3,06x	2 %	1 082 000 – 3,121x	x	1 082 000 – 4,121x
5	1 082 000 – 4,121x	2 %	1 104 000 – 4,203x	x	1 104 000 – 5,203x
6	1 104 000 – 5,203x	2 %	11 260 000 – 5,307x	x	0

Подставим значение $x = 178\,500,66$.

Месяц	Кредит	Ставка % в месяц	Долг с %	Платеж в месяц	Остаток
1	1 000 000	2 %	1 020 000	178 500,66	841 499,34
2	841 499,34	2 %	857 929,3268	178 500,66	679 428,6668
3	679 428,6668	2 %	693 288,6404	178 500,66	514 787,9804
4	514 787,9804	2 %	524 899,4401	178 500,66	346 398,7801
5	346 398,7801	2 %	353 761,726	178 500,66	175 261,066
6	175 261,066	2 %	178 696,9974	178 500,66	0
	Итого			1 071 200,3	

При формировании итогового ежемесячного платежа погрешность $178\,696,99 - 178\,500,66 = 196,33$ разделим на 6 месяцев и увеличим ежемесячный платеж на $196,33 : 6 = 32,72$ (руб.).

Ответ: 178 525,81; 1 071 154,87.

Для расчета размера аннуитетного платежа в электронных таблицах OpenOffice.org Calc используется функция FV:

FV (Процент; КПЕР; Выплата; ТЗ; Тип)

Процент — процент прибыли за период. Если проценты начисляются один раз в год, то это годовая процентная ставка. Если начисление процентов производится чаще, то годовая процентная ставка делится на количество начислений в году. Ставка в 20 процентов при формировании функции может быть представлена как 20 % или 0,2.

КПЕР — общее число периодов выплат годовой ренты.

Выплата — дополнительная выплата, производимая в каждый период. Это значение не может меняться в течение всего периода выплаты ренты.

ТЗ — текущее значение или общая сумма всех будущих платежей с настоящего момента. Если аргумент опущен, то он полагается равным 0.

Тип — это число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата. Если аргумент опущен, то он полагается равным 0. Если аргумент равен 0, то выплата производится в конце периода, если аргумент равен 1, то выплата производится в начале периода.

Пример записи: = FV(24 % / 12; 6; -1 000 000).

Пример 3. Может ли репетитор быть самозанятым, если его еженедельный доход составляет 36 500 руб., а отпуск — 8 недель в году? В случае положительного ответа рассчитайте сумму ежемесячного налога, который составляет 4 %. Какая чистая прибыль за год будет у репетитора после уплаты налога?

Решение. В году 52 недели.

$52 - 8 = 44$ (нед.) — репетитор планирует работать.

$36\,500 \cdot 44 = 1\,606\,000$ (руб.) — планируемый годовой доход. Полученная сумма не превышает 2 400 000 руб., значит, репетитор может осуществлять профессиональную деятельность как самозанятый и налог на доход будет составлять 4 %.

$52 : 12 = 4,33$ (нед.) — среднее количество недель в месяце.

$36\,500 \cdot 4,33 = 158\,045$ (руб.) — доход репетитора в месяц.

$158\,045 \cdot 0,04 = 6\,321,8$ (руб.) — размер налога в месяц.

$1\,606\,000 \cdot 0,96 = 1\,541\,760$ (руб.) — прибыль репетитора за год.

Ответ: может; 6321,8 руб.; 1 541 760 руб.

Задачи

1.1 Для реализации бизнес-проекта «Цветочный магазин» Иван положил в банк в 2022 году на 3 года 300 000 руб. под 6 % годовых. Какая сумма будет на счету в 2025 году?

1.2 Для накопления 25 млн руб. Ирина положила в банк на 4 года 10 млн. руб. под 12 % годовых. Через два года, поняв, что сумма не накопится в срок, Ирина вносила на вклад дополнительно деньги в размере фиксированной суммы в течение двух лет. Какую сумму вносила Ирина, чтобы сумма на вкладе в запланированный срок оказалась не меньше 25 млн руб.? Ответ дайте в тыс. руб. и округлите до целого значения.

- 1.3 Тимур в бизнес-плане заложил первоначальную сумму на реализацию идеи открытия кофейни в размере 2 млн руб. Для накопления он открыл вклад на сумму 300 000 руб. в банке под 10 % годовых. Ежегодно Тимур пополнял счет на 100 000 руб. Через сколько лет Тимур накопит планируемую сумму на вкладе?
- 1.4 В банке есть два предложения по депозиту: «Шанс» — под 10 % годовых, проценты начисляются в конце срока вклада, и «Удача» — под 8 % годовых, проценты по вкладу капитализируются (причисляются к сумме вклада) каждые три месяца. Анна решила стать онлайн-репетитором по русскому языку, и на закупку нового оборудования ей требуется 300 000 руб. Сейчас у Анны есть 120 000 руб. Какой депозит для вклада выгодно выбрать и через какой период времени Анна сможет начать реализацию идеи?
- 1.5 Для развития пекарни Илья часть прибыли один раз в полгода перечисляет на вклад. Годовая ставка по вкладу — 10 % с ежегодной капитализацией. Через пять лет Илья накопил на вкладе 3 млн руб. Какую сумму Илья вносил в банк каждые 6 месяцев? Ответ округлите до целого значения.
- 1.6 Для открытия частного детского сада было решено взять кредит. Определите процентную ставку по кредиту на сумму 990 000 руб., который выплатили двумя платежами за два года в размере 1 520 064 руб., при том что каждый январь долг индексировался на процентную ставку, а долг выплачивали с февраля по июль одним платежом.
- 1.7 Для изготовления и продажи ореховой пасты на дому самозанятым был взят кредит на закупку сырья и оборудования в январе 2023 года в размере 300 000 руб. под 22 % годовых. Остаток долга индексировался ежегодно в январе и выплачивался равными платежами с февраля по сентябрь один раз в год. Кредит был погашен за 3 года. Определите сумму переплаты по кредиту.
- 1.8 Мария в августе 2024 года взяла кредит на 5 лет в размере 1,05 млн руб. для открытия производства кукурузных палочек. Условия его возврата таковы: каждый январь долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года; с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга; в июле 2025, 2026 и 2027 годов сумма долга остается равной 1,05 млн руб.; выплаты в 2028 и 2029 годах равны; к июлю 2029 года долг будет выплачен полностью.
- Какую сумму Мария вернула в банк после погашения долга? На сколько рублей различаются первая и последняя выплата?
- 1.9 Для производства фундаментных блоков в июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн руб. на 4 года. Возврат долга осуществляется на следующих условиях: каждый январь долг возрастает на 22 % по сравнению с концом предыдущего года; с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга; в июле каждого года, начиная со второго, долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года. Определите общий размер выплат по погашению кредита.
- 1.10 Ольга зарегистрировалась как самозанятая для реализации бизнес-идеи по изготовлению тортов на заказ. Требуемые вложения согласно бизнес-плану — 1,25 млн руб. На эту сумму Ольга взяла в банке кредит в августе 2025 года. Процентная ставка по кредиту — 25 % годовых. С сентября прибыль от производства тортов составила 97 тыс. руб. в месяц. Ольга возвращала кредит на условиях ежегодной индексации в январе следующего года, одинаковыми платежами раз в год с июля по сентябрь в размере 360 тыс. руб. За сколько лет Ольга смогла погасить кредит и каков размер переплаты по займу?

- 1.11 Максим является профессиональным гидом, зарегистрирован на платформе «Мой налог». Три раза в неделю Максим организует авторские экскурсии для групп по 8 человек в Москве. Стоимость экскурсии для 1 человека — 2500 руб. Три раза в год по 2 недели Максим находится в отпуске и не проводит экскурсий. Определите размер ежемесячного налога: при условии работы в течение полного месяца; при условии отпуска на две недели в месяц. Рассчитайте годовой доход Максима. Может ли Максим осуществлять профессиональную деятельность как самозанятый в течение календарного года?
- 1.12 ИП Петров П. И. осуществляет деятельность по организации детских праздников. Ежемесячный доход — 1 млн руб., а расходы — 65 %. Рассчитайте размер годового налога по модели УСН в 6 % и в 15 %. Какая модель выгоднее для предпринимателя?
- 1.13 Наталья в сентябре 2025 года начала осуществлять профессиональную деятельность в качестве репетитора по математике. В первый месяц доход составил 140 тыс. руб., далее каждый месяц доход увеличивался на 10 %. В августе 2026 года Наталья была в отпуске. В каком месяце Наталье в 2026 году необходимо выполнить регистрацию в качестве ИП для продолжения деятельности? Какой налог Наталья должна заплатить в 2025 и 2026 годах?
- 1.14 ООО «Чайка» осуществляет деятельность по продаже корма для домашних птиц. Ежемесячно доходы в 2025 году составляют 500 тыс. руб., а расходы — 45 %. Какая модель по налогообложению будет оптимальной для ООО «Чайка» за 2025 календарный год?
- 1.15 Для расширения бизнеса по сдаче в аренду автомобилей ИП Смирнов А. А. взял кредит на 3 года в размере 3 млн руб. под 22 % годовых. Ежегодно кредит индексировался в январе и выплачивался равными платежами в июле. Ежемесячно доход от деятельности составляет 500 тыс. руб., а расходы — 50 %. Учитывая, что процент по кредиту можно включать в расходы, рассчитайте размер налога в первый, второй и третий год погашения кредита по модели УСН (15 %) в руб. Ответ округлите до целого значения.

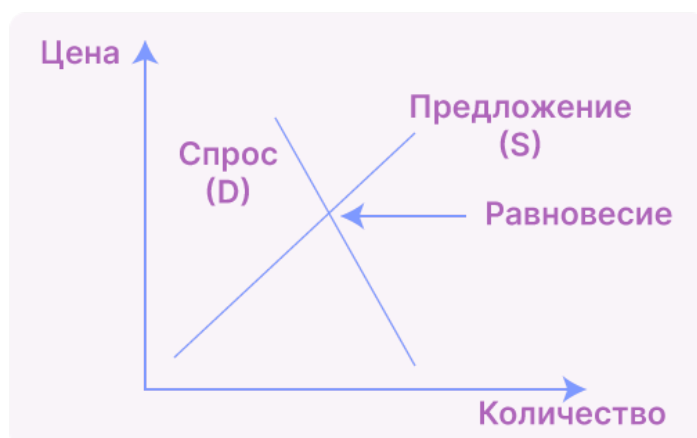
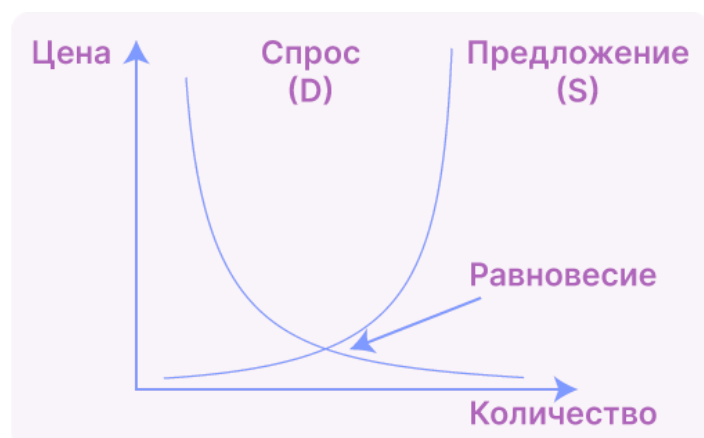
Применение функций для решения экономических задач

Важность применения математических функций в планировании и анализе экономических процессов определяется взаимосвязью факторов, влияющих на принятие решений предпринимателями, бизнес-аналитиками, банковскими работниками и другими специалистами экономической сферы.

Функция — это зависимость одной переменной величины от другой. Обозначается функция так: $y = f(x)$. Рассмотрим применение различных математических функций в исследовании экономических ситуаций.

Линейная функция ($y = kx + b$) наиболее часто встречается при анализе спроса и предложения на рынке. **Рынок** — экономические отношения, связанные с куплей-продажей товаров и услуг, в результате которых формируются спрос, предложение и цена. **Спрос** — это желание потребителей купить определенное количество товара или услуги при заданных условиях рынка. **Предложение** — это количество товара или услуги, которое продавцы готовы предоставить по определенной цене. **Цена** — сумма денег, за которую продавец готов продать покупателю товар или услугу. **Продажа** — процесс обмена товара или услуги на деньги. На спрос влияют следующие факторы: цена товара или услуги; доходы потребителей; вкусы и предпочтения. Уровень предложения определяется: **себестоимостью** производства (затраты на производство и реализацию товара или услуги); технологиями производства; ценами на ресурсы. **Рыночное равновесие** — состояние на рынке, при котором спрос и предложение взаимовыгодны для продавца и покупателя.

Графически кривые спроса и предложения изображаются в координатной плоскости зависимости цены от количества товара (или услуги). Можно записать зависимость формулой линейной функции и изобразить на графике прямыми линиями.



Пример 1. Функцией обратной пропорциональности $y = \frac{k}{x}$ описываются процессы определения цены в задачах по известным данным спроса и предложения, а также количества продаж.

Квадратичные функции ($y = ax^2 + bx + c$) помогают прогнозировать прибыль и убытки бизнеса, определять минимальные и максимальные значения экономических показателей, решать задачи оптимизации. Например, если компания производит два продукта и ее затраты на производство могут быть описаны квадратичной функцией, то знание этой функции помогает найти оптимальное количество каждого продукта для минимизации затрат.

Показательная и логарифмическая функции в экономике и бизнесе применяются наиболее часто в расчетах вкладов и кредитов. Показательная функция, как правило, используется для расчета итоговой суммы на вкладе, в моделировании роста или упадка инвестиций,

доходности и процентных ставок. Логарифмическая функция встречается в задачах финансовой математики на определение периода (срока) вклада.

Пример 2. На вклад внесена сумма 100 000 руб. под 12 % годовых. Через какой период на вкладе будет накоплена сумма 150 000 руб.?

Период p находится по формуле: $p = \log_{1,02}(\frac{150\,000}{100\,000})$, $p = 4,7$.

Сумма 150 000 руб. будет накоплена на вкладе через 4 года и 9 месяцев.

В решении задач на оптимизацию мы составляем математическую модель и находим точки максимума и минимума некоторой функции, или наибольшее (наименьшее) значение функции. Часто такие задачи решаются с помощью производной.

Тригонометрические функции используются в экономике для анализа фондовых рынков, прогноза курса акций и других глобальных процессов. Основное свойство тригонометрических функций — цикличность, что позволяет использовать их для моделирования колебаний вокруг тренда. Подробно с этапами экономического цикла можно познакомиться в курсе обществознания или экономики.

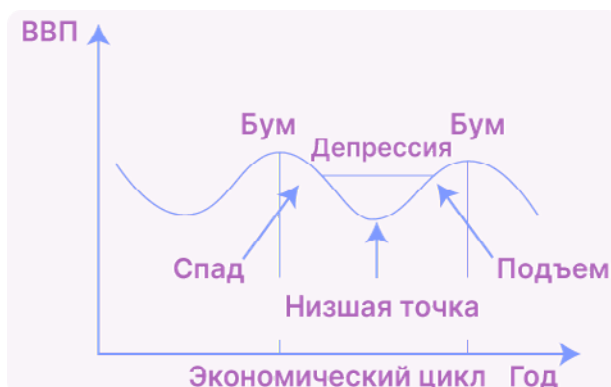
Приведем пример модели финансового процесса. Предположим, что экономический цикл имеет период в 5 лет. Мы можем смоделировать его с помощью синусоидной функции $y(t) = A \cdot \sin((\frac{2\pi}{5}) \cdot t) + B$,

где:

- ▶ $y(t)$ — величина экономического показателя (например, ВВП) в момент времени t ;
- ▶ A — амплитуда колебаний (отличает силу колебаний от среднего значения);
- ▶ B — среднее значение (средний уровень экономического показателя);
- ▶ $(\frac{2\pi}{5}) \cdot t$ — аргумент синуса, определяющий период колебаний (5 лет);
- ▶ t — время (например, годы).

Этот пример является упрощенной моделью, реальные экономические циклы могут быть гораздо сложнее, с различными волнами и влияющими факторами. Тригонометрические функции могут использоваться для описания не только экономического цикла, но и других периодических явлений, таких как изменение сезонности или колебания рыночного спроса. Для более точных прогнозов часто используются более сложные математические модели, например модели временных рядов или регрессионные модели. Использование математического аппарата позволяет закладывать в модели колебания основных параметров внешней и внутренней среды и прогнозировать их влияние на показатели эффективности социально-экономического развития.

Графически модель экономического цикла изображена на следующем рисунке:



Задачи

- 2.1 Игорь, Владимир и Олег учредили фирму. Уставной капитал — 300 тыс. руб. Игорь внес 54 тыс. руб., Владимир — 21 % уставного капитала, а остальную часть внес Олег. Учредители приняли решение разделять прибыль каждый год пропорционально вкладу, внесенному в уставной капитал. Какую сумму получил Олег через год от прибыли в 1,5 млн руб.? Ответ дайте в тыс. руб.
- 2.2 Издержки при перевозке груза по железной дороге вычисляют по формуле $y = 150 + 50x$, а при перевозке того же груза водным транспортом — по формуле $y = 200 + 25x$, где x — расстояние перевозок в сотнях километров. Найдите, с какого расстояния перевозки водным транспортом будут более экономичными.
- 2.3 В фирме «Источник» стоимость (в руб.) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 5500 + 3500n$, где n — число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь формулой, рассчитайте стоимость колодца из 18 колец.
- 2.4 Функция полных издержек производства имеет вид $f(x) = x^3 - 6x^2 + 15x$, где x — объем производства продукции в условных единицах для данного производства. Определите, при каком объеме производства средние издержки имеют наименьшее значение.
- 2.5 На ферме разводят овец и коз. Для содержания имеется 20 000 клеток и ежедневный запас корма 115 000 кг. По плану на ферме должно быть не менее 6000 овец и 12 000 коз. В сутки каждой овце дают 4 кг корма, а козе — 5 кг корма. В одной клетке можно содержать двух овец или одну козу. Прибыль от продажи одной овцы составляет 15 000 руб., а от продажи одной козы — 10 000 руб. Рассчитайте, какую максимальную прибыль может получить ферма от продажи овец и коз, если овец 7000.
- 2.6 Фермер планирует построить новую теплицу для выращивания огурцов. Строительство теплицы обойдется в 120 000 руб. Затраты на производство x тонн огурцов в год в новой теплице составляют $0,2x^2 + 5x + 10 000$ руб. Если огурцы продать по цене p руб. за тонну, то прибыль фермера (в руб.) за один год составит $px - (0,2x^2 + 5x + 10 000)$. Когда теплица будет построена, фермер будет выращивать огурцы в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство теплицы окупится не более чем за 2 года?
- 2.7 В 2025 году на рынке джинсов наблюдается следующая ситуация. Предложение: производители готовы продавать джинсы по цене, которая линейно зависит от количества джинсов, предлагаемых на рынке. При цене 3000 руб. за пару предложение составляет 10 000 пар. При цене 5500 руб. за пару предложение достигает 15 000 пар. Спрос: покупатели готовы покупать джинсы по цене, которая также линейно зависит от количества джинсов, предлагаемых на рынке. При цене 2000 руб. за пару спрос составляет 5000 пар. При цене 1000 руб. за пару спрос равен 15 000 пар. Определите равновесную цену и количество пар джинсов на рынке в 2025 году. Найдите уравнения прямых, описывающих спрос и предложение.

Математическая статистика в бизнес-аналитике

В настоящее время в рейтинге профессий бизнес-аналитик занимает высокие позиции. Основное содержание работы связано с прогнозированием и анализом бизнес-процессов в компаниях с целью разработки стратегии, оптимизации работы, предупреждения и минимизации рисков.

Разработка финансовой модели в бизнес-проектах включает не только сбор данных и расчет затрат, но и планирование дохода, анализ эффективности проекта, потребность в инвестициях.

Изучив в школьном курсе теории вероятностей и статистики основные понятия, можно применить полученные знания на практике при анализе имеющихся финансовых моделей или разработке новых финансовых моделей для бизнес-идей.

Задачи

- 3.1 Компания продает утюги трех классов. В таблице приведены данные о продажах в течение дня.

Класс утюга	Цена утюга, тыс. руб.	Количество проданных утюгов, шт.
I	0,8	310
II	3,2	514
III	6,4	210

Определите среднюю цену утюгов, проданных в течение дня.

- 3.2 По следующим данным рассчитайте динамику покупательной способности средне-месячной номинальной начисленной заработной платы по различным товарам.

Год	2020	2024
Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата, руб.	101 551,2	162 124
Цена товара:		
Мясо, руб. за 1 кг	320	600
Сахар, руб. за 1 кг	50	60
Молоко, руб. за 1 л	75	77
Мука, руб. за 1 кг	37	60

- 3.3 Рассчитайте минимальную цену страхового полиса компании «Случай», при которой средняя прибыль от продажи одного страхового полиса будет составлять 1500 руб., используя результаты исследования вероятности попадания автомобиля в ДТП в течение года и средние страховые выплаты по полису аналитиками компании, представленные в таблице.

Страховой случай	Легкий ущерб	Тяжелый ущерб	Полное разрушение
Вероятность	0,15	0,036	0,003
Средняя выплата	40 000 руб.	100 000 руб.	750 000 руб.

- 3.4 Страховая компания «Удача» заключила договоры страхования КАСКО на 10 автомобилей. Вероятность наступления страхового случая — 10 %. Определите вероятность наступления страхового случая по двум из заключенных договоров.

- 3.5 Для трех партий товаров проведен контроль качества продукции, результаты которого представлены в таблице.

№ партии	Объем партии, шт.	Количество бракованной продукции, шт.
1	1000	18
2	900	23
3	800	12

Партия товара снимается с продажи при обнаружении брака более 2 %. Определите средний процент брака по партиям товара, допущенным к продаже.

- 3.6 Объем продаж компании в 2021 году возрос по сравнению с 2020 годом на 3 %, в 2022 году он составил 105 % по отношению к объему 2021 года, а в 2023 году был в 1,2 раза больше объема 2020 года. В 2024 году компания продала товары на 50 млн руб., что на 8 % больше, чем в 2023 году. Определите абсолютный прирост продаж за все годы (разность конечного и начального значения) и базисные темпы прироста по отношению к 2020 году. Базисный темп прироста — показатель, который характеризует изменение величины какого-либо экономического показателя по отношению к его начальному (базисному) значению, выраженный в процентах.

- 3.7 Для цветочного магазина составили планы по затратам на фонд оплаты труда (табл. 1), открытие (табл. 2) и ежемесячные затраты (табл. 3).

Таблица 1

Постоянные расходы	Оклад	Количество сотрудников	Сумма, руб.
Директор	170 000	1	?
Продавец	65 000	2	?
Курьер	45 000	2	?
Страховые взносы (30 %)	–	–	?
Итого ФОТ	–	–	?

Таблица 2

Инвестиции на открытие	Сумма, руб.
Регистрация, включая получение всех разрешений	10 000
Дизайн-проект помещения	170 000
Ремонт	180 000
Вывеска	50 000
Рекламные материалы	50 000
Закупка оборудования	290 000
Прочее	85 000
Итого	?

Таблица 3

Ежемесячные затраты	Сумма, руб.
ФОТ	?
Аренда	44 000
Амортизация оборудования	2222
Коммунальные услуги	25 000
Реклама	20 000
Бухгалтерия (удаленная)	30 000
Закупка товара	294 700
Непредвиденные расходы	15 000
Итого	?

Магазин открылся 1 февраля 2025 года. Наценка на цветы — 200 %.

- 1 Заполните ячейки со знаком «?» в таблицах 1, 2, 3.
- 2 Определите чистую прибыль за первые три месяца работы магазина, если в марте было закуплено на 10 % больше товара. Списание остатков в модели не учитывается. Налоговый режим УСН «доходы минус расходы» (15 %).
- 3 Определите коэффициент рентабельности с продаж (показатель, демонстрирующий, насколько эффективно компания использует свои ресурсы для получения прибыли).
$$ROS = (\text{чистая прибыль} / \text{выручка от продаж}) \cdot 100 \%$$

Сделайте выводы о рентабельности магазина по предлагаемой модели.
Справка: средний коэффициент рентабельности цветочного магазина — 30 %.

- 3.8 В таблице приведены цены и выручка от продажи шампуня по трем магазинам.

Магазин	Цена шампуня, руб. за 1 шт.	Выручка от реализации, руб.
«Ромашка»	450	5400
«Красота»	290	5220
«Идеал»	507	11 661

Определите среднюю цену шампуня по всем трем магазинам. Ответ округлите до целого значения.

- 3.9 ИП Афанасьев А. Б. осуществляет работу под заказ на установку грядки в огороде. Во время дождя и порывистого ветра работы не проводятся. На вторник ему поступил заказ, но метеорологи обещали дождь с вероятностью 80 % и сильный ветер с вероятностью 65 %. Какова вероятность того, что во вторник заказ будет выполнен?

Заключение

Задачи экономического содержания часто требуют анализа сложных ситуаций, выявления ключевых факторов и принятия обоснованных решений. Решая такие задачи, школьники учатся мыслить критически, оценивать информацию, выявлять взаимосвязи между переменными и строить логические цепочки рассуждений. Понимание практического применения математики в реальных экономических процессах (например, расчет прибыли, анализ рынка, оптимизация бюджета) помогает увидеть ценность математических инструментов. Создание математических моделей для описания реальных ситуаций способствует развитию у школьников умения абстрагироваться от деталей, выделять существенные элементы и строить упрощенные представления о сложных процессах. Это важный навык, применяемый не только в экономике, но и в других областях науки и техники.

Углубленное понимание экономических принципов позволяет освоить базовые экономические понятия, такие как спрос, предложение, стоимость, цена, прибыль, уяснить, как функционируют рыночные механизмы, как принимаются экономические решения и как они влияют на жизнь людей. При решении задач экономического характера школьники часто должны объяснять свои решения, обосновывать выводы. Это способствует развитию умения четко и ясно формулировать мысли, аргументировать свои ответы и доносить информацию до других. Этот навык важен в любой сфере деятельности.

Предложенные в сборнике задания охватывают все вышеперечисленные аспекты обучения решению математических задач экономического содержания в курсе математики для предпринимательских классов.

1. Управление финансами: вклады, кредиты, налоги

- 1.1 357 304,8 руб.
- 1.2 527 000 руб.
- 1.3 12
- 1.4 «Шанс»; 5 лет
- 1.5 302 983 руб.
- 1.6 12 %
- 1.7 139 996,3 руб.
- 1.8 3,367 млн руб.; 494 200 руб.
- 1.9 2 508 822,66 руб.
- 1.10 10 лет, 2,281 тыс. руб.
- 1.11 7,543 руб.; 10,320 руб.; да
- 1.12 252 000 руб.; 630 000 руб; модель УСН «Доходы»
- 1.13 Июнь 2026 г.; 25 989,6; 196 274,5
- 1.14 УСН «Доходы» (6 %)
- 1.15 479 800 руб.

2. Применение функций для решения экономических задач

2.1 915 тыс. руб.

2.2 200 км и более

2.3 68 500 руб.

2.4 3 у. е.

2.5 270 000 000 руб.

2.6 259,8 руб./т

2.7 7500 пар; 1750 руб.

3. Математическая статистика в бизнес-аналитике

3.1 3140 руб.

3.2 На мясо снизилась на 15 %; на сахар, муку и молоко выросла соответственно на 33, 1 и 55

3.3 13 350 руб.

3.4 19,4 %

3.5 1,65 %

3.6 1 419 753,1 руб.; за 2024 г. 129,5 %

3.7 $ROS = 1,14 \%$

3.8 420 руб.

3.9 7 %

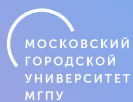
Список литературы

- 1 Брусов П. Н., Филатова Т. В., Орехова Н. П. Справочник по финансовой математике: Учеб. пособие.— М.: ИНФРА-М, 2014.— 239 с. (Высшее образование: Бакалавриат).— ISBN 978-5-16-009577.
- 2 Вентцель Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология: Учеб. пособие для вузов.— 3-е изд., стереотип.— М.: Дрофа, 2004.— 208 с.: ил.— ISBN 5-7107-7770-6.
- 3 Выонг Х. Б. Количественные методы в риск-менеджменте // Актуальные вопросы экономических наук.— 2016.— № 1.— С. 42–47.
- 4 Лабскер Л. Г., Бабешко Л. О. Игровые методы в управлении экономикой и бизнесом: Учеб. пособие.— М.: Дело, 2001.— 464 с.— ISBN 5-7749-0233-1.
- 5 Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы: базовый и углубленный уровни: учебник / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева [и др.].— 11-е изд., стер.— Москва: Просвещение, 2023.— 463, [1] с.: ил.— ISBN 978-5-09-107210-5.
- 6 Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе: Учеб. пособие / А. М. Дубров, Б. А. Лагоша, Е. Ю. Хрусталева, Т. П. Барановская; Под ред. Б. А. Лагоши.— 2-е изд., перераб. и доп.— М.: Финансы и статистика. 2003.— 224 с.— ISBN 5-279-02277-2.
- 7 Невежин В. П., Кружилов С. И. Сборник задач по курсу «Экономико-математическое моделирование».— М.: ОАО «Издательский дом «Городец»», 2005.— 320 с.— ISBN 5-95-0080-0.
- 8 Николаев Д. А. Предпринимательские риски в российской экономике: монография. / Д. А. Николаев, С. С. Фешина.— М.: 2021.— 176 с.: ил.— ISBN 978-5-00172-127-7.
- 9 Никольский С. М. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы: пособие для учащихся общеобразоват. учреждений / С. М. Никольский.— М.: Просвещение, 2010.— 350 с.: ил.— (Элективные курсы).— ISBN 978-5-09-020807-9.
- 10 Теория игр. Искусство стратегического мышления в бизнесе и жизни / А. Диксит и Б. Нейлбафф; пер. с англ. Н. Яцюк.— 8-е изд.— Москва: МИФ, 2024.— 464 с.— (Стратегии бизнеса).— ISBN 978-5-00195-207-7.
- 11 Шестаков С. А. ЕГЭ. Математика. Задачи с экономическим содержанием. Задача (профильный уровень) / Под ред. И. В. Яценко.— М.: МЦНМО, 2019.— 208 с.— ISBN 978-5-4439-1327-8.

- 12 Предпринимательский класс в московской школе. О проекте. [Электронный ресурс]: URL: <https://profil.mos.ru/business/o-proekte.html>. (Дата обращения: 18.05.2025)
- 13 Образовательная информационная система «ФГОС». ФГОС Среднее общее образование. [Электронный ресурс]: URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-soo/>. (Дата обращения: 18.05.2025)
- 14 Комплексный план мероприятий по повышению качества математического и естественно-научного образования до 2030 года. Правительство Российской Федерации. [Электронный ресурс]: URL: <http://government.ru/docs/all/156334/>. (Дата обращения: 18.05.2025)
- 15 Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Правительство Российской Федерации. [Электронный ресурс]: URL: <http://government.ru/docs/9775/>. (Дата обращения: 18.05.2025)
- 16 Методические рекомендации по реализации Единой модели профессиональной ориентации обучающихся 6–11 классов образовательных организаций Российской Федерации, реализующих образовательные программы основного общего и среднего общего образования. [Электронный ресурс]: URL: <https://storage.yandexcloud.net/bvbpublish/ped/emp.pdf>. (Дата обращения: 18.05.2025)
- 17 Федеральная рабочая программа среднего общего образования «Математика (углубленный уровень)» (для 10–11 классов образовательных организаций). Федеральное государственное бюджетное научное учреждение Институт Стратегии Развития Образования. [Электронный ресурс]: URL: <https://edsoo.ru/rabochie-programmy/>. (Дата обращения: 18.05.2025)



МОСКОВСКОЕ
ОБРАЗОВАНИЕ



ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ
ПРОФИЛЬНОГО
ОБУЧЕНИЯ



Предпринимательский класс
в московской школе